

# 압전재료를 이용한 복합재 보의 최적 진동 제어

## Optimal Vibration Control of a Composite Beam Using Piezomaterials

이창배\*•한재홍•이인(한국과학기술원 항공우주공학과)

### 1. 서론

최근들어 여러산업 분야에서 강성과 강도가 크고 가벼운 무게를 지닌 복합재 구조물의 사용이 늘고 있다. 그러나 복합재 구조물의 경량화는 구조물의 유연성 증가를 유발하고, 이에 따르는 진동현상은 복합재 구조물의 피로파괴를 유발시켜 구조 자체의 안정성에 큰 위협이 되기도 한다. 이러한 복합재 구조물의 진동을 최소화하려는 여러가지 제어방법중, 최근 구조물에 접착이나 삽입된 압전세라믹이나 압전필름을 이용하여 진동 제어를 수행하려는 연구가 활발하다. 이러한 구조물을 지능구조물이라고 칭한다[1].

Crawley와 de Luis[2]는 지능 구조물의 요소로서 보형 압전작동기의 모델링에 대한 연구를 수행하였다. C.K.Lee[3]는 압전현상을 이용한 압전적층판 이론을 개발하고 압전감지기와 압전작동기의 물리적 개념을 이해하기 위한 일반화된 함수(Generalized Function)를 소개하였다. Hwang 등[4]은 C.K Lee의 보에 대한 모델을 2차원으로 확장하여 CLPT(Classical Laminate Plate Theory)을 바탕으로 한 압전작동기의 평판모델링을 수행하였다. 한재홍 등[5]은 FSDT ( First order Shear Deformation Theory )를 바탕으로 평판모델링을 하고, 압전작동기의 위치에 따른 효율성에 대한 연구를 수행하였다.

진동제어 실험의 경우, Bailey와 Hubbard[6]는 압전필름을 작동기로 하여, 김승한 등[7]은 압전필름을 감지기와 작동기로, 김종선[8]은 압전세라믹을 작동기로 이용 보의 첫번째 모드에 대해서 제어 실험을 수행하였다. 김재형[9]은 실험적 시스템식별법(ARMA Model)을 이용하여 복합재평판의 비틀림모드(Twisting Mode)를 제어하였다.

하지만 기존에 행해진 대부분의 보의 진동제어 실험의 경우, 속도나 변위등을 직접 되먹임(Direct

Feedback)한 BBC(Bang-Bang Controller)나 CGC(Constant Gain Controller) 등이 널리 이용되었다. 이러한 제어방법들은 실제로 구현하는 것이 쉬운 잇점은 있으나, 외부의 외란이나 노이즈(Noise)에 약한 단점을 가지고 있다. 본연구는 이러한 단점을 극복하고자 시스템이 강건(Robust)한 최적제어기법중 하나인 LQR(Linear Quadratic Regulator)을 이용한 복합재 외팔보의 진동 제어실험을 수행하였다.

김재형[9]은 실험적 시스템식별을 통한 제어기를 설계한 반면, 본 연구는 모달방정식을 바탕으로 시스템 파라미터(System Parameter)를 실험을 통해 정확히 측정한뒤 LQR제어기를 설계하였다. 또한 LQR과 기존의 BBC, CGC 제어와의 비교를 위해 각각의 경우에 대해서 시뮬레이션과 실험을 수행하였다.

### 2.0이론

일반적으로 시스템의 운동방정식은 식(1)과 같이 나타난다.

$$\ddot{\mathbf{w}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{w}} + \mathbf{K}\mathbf{w} = \mathbf{F} \quad (1)$$

이 때 제어력  $\mathbf{F}$ 의 종류에 따라 BBC와 CGC가 구분된다.

CGC:

$$\mathbf{F} = -\mathbf{K}_d \cdot \dot{\mathbf{w}} \quad (2)$$

BBC :

$$\mathbf{F} = V_{max} \cdot \text{sgn}(-\dot{\mathbf{w}}) \quad (3)$$

여기서  $K_d$  와  $V_{max}$ 은 CGC와 BBC제어의 경우 제어력을 결정하는 상수이며  $s_{qn}$ 은 팔호안의 부호를 나타내는 함수이다.

일반적인 모달방정식은 아래와 같이 나타난다.

$$\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta}_i + \omega_i^2 = f_i \quad (4)$$

이 때 모드의 변위와 속도를 상태(State)로 본다면, 상태변수  $\mathbf{x}$ 는

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \eta_i \\ \dot{\eta}_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

시스템의 상태공간 모델식(State Space Model Equation)은 식 (6),(7)과 같이 나타난다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (6)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \quad (7)$$

여기서

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & -2\zeta_i \omega_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{C} = [c_i \ 0] \quad (10)$$

$$\mathbf{D} = [0] \quad (11)$$

이 때 우리가 최소화시키려는 목적함수는 (12)이며, 이 목적함수를 최소화시키는 제어 입력은 식 (13)과 같은 형태로 나타난다.

$$V = \int_0^\infty [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (12)$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{Gx}(t) \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{Q}$ 은 양의 반한정 대칭행렬인 상태가중

행렬이며,  $\mathbf{R}$ 은 양의 한정 대칭행렬인 제어가중행렬이다. 그리고  $\mathbf{Q}$ 와  $\mathbf{R}$ 의 상대적 크기에 따른 변화를 알아보기 위해 변수  $m$ 을 사용하였다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{C} \bullet \mathbf{C}^T \quad (14)$$

$$\mathbf{Q} = m \begin{bmatrix} \mathbf{R} \bullet 1e5 & 0 \\ 0 & \mathbf{R} \bullet 1e10 \end{bmatrix} \quad (15)$$

식(15)를 최소화하는 개인  $\mathbf{G}$ 는 식 (16)과 같아 구할 수 있으며, 이 때  $\mathbf{K}$ 는 대수 리카티 방정식(Algebraic Riccati Equation) 식(17)의 해이다.

$$\mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} \quad (16)$$

$$\mathbf{KA} + \mathbf{A}^T \mathbf{K} + \mathbf{Q} - \mathbf{KBR}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} = 0 \quad (17)$$

### 3. 실험방법

복합재 외팔보의 진동제어실험에 이용된 시편은 Fig.1과 같다. HFG Gr/Epoxy Prepreg를  $[(90)2/0]_S$ 로 적층한 복합재 보에 작동기로 이용될 압전세라믹(Fuji C-82)을 외팔보의 고정단 근처에 에폭시를 이용하여 부착하여 효과적인 짹힘을 발휘할 수 있게 하였다. 또한 감지기에 이용될 압전필름(PFS LDT2-028K)은 압전세라믹에 걸릴 고전압을 고려하여 고정단에서 약간 떨어진 곳에 부착하였다. 이러한 재료의 물성치는 Table 1과 같다.

실험장치의 전체 구성은 Fig.2와 같다. 실험장치의 구성을 순차적으로 설명하면 다음과 같다. 먼저 초기 교란을 주면 이 교란에 의해 시스템에 진동이 일어나며, 순방향 압전 효과에 의해 압전필름에서 전하량이 발생한다. 이 전하량은 Charge Amplifier (B&K, Type 2635)를 통하여 증폭된다. 이 신호는 A/D Converter (Advantec, PCL818)에 연결되며 전에 노이즈제거를 위해 컷오프 주파수(Cut off frequency) 300Hz에 맞추어진 Low Pass Filter (Dantec, Signal cond 56N20)를 거친다.

Table 1 Material Properties

	HFG Gr/Epoxy	Fuji C-82	PFS LDT2- 28K
$E_1$ (GPa)	130	59	—
$E_2$ (GPa)	10.0	59	—
$G_{12}$ (GPa)	4.85	22	—
$G_{23}$ (GPa)	3.29	21	—
$\nu_{12}$	0.31	0.34	—
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1480	7400	1780
$d_{31}$ (pC/N)	—	-260	23
$d_{32}$ (pC/N)	—	-260	33
$g_{31}(x10^{-12}m^2/C)$	—	-8.7	216
$g_{32}(x10^{-12}m^2/C)$	—	18.0	-339

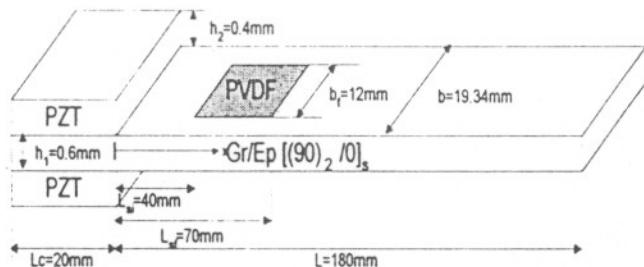


Fig1.Composite Beam Configuration

Low Pass Filter를 거친 신호는 샘플링주파수가 1000Hz인 A/D Card를 통하여 디지털 신호로 변환되며, 제어기인 IBM 386 PC로 연결된다. 제어기는 들어오는 디지털 신호를 분석하고, 그 분석을 바탕으로 여러가지 제어이론에 의하여 디지털 제어신호를 만든다. 이 디지털 신호는 D/A Converter (Advantec, PCL818)를 통하여 홀드(Hold)된 아날로그신호(Analog Signal)로 바뀐다. 이 때 D/A Converter에서 나가는 전압에서 DC성분을 제거하기 위해 Correlator (iSi, Model 1015C)를 이용한다. D/A Converter에서 나온 전압을 증폭시키기 위해 High voltage Amplifier (Applied Electronics Lab.)를 사용한다. 이때 제어전압은 30배 증폭된다. 이러한 과정을 통해 최대로 가할 수 있는 제어전압은  $\pm 150V$ 이다. 이 전압이 복합재료 외팔보와 결합되어 있는 두 압전재료에 가해져 제어를 하게 된다. 이러한 제어효과는 Osilloscope (HP,5460A)와 FFT Analyzer (HP, 36651A)에 의하여 분석된다. 초기 교란은 첫번째와 두번째 모드 고유진동수의 사인

파(Sine Wave)를 각각 100ms와 10ms 동안 가하도록 프로그래밍하였다. 제어실험은 굽힘(Bending)의 첫번째모드와 두번째모드에 대해서 독립적으로 수행하였다.

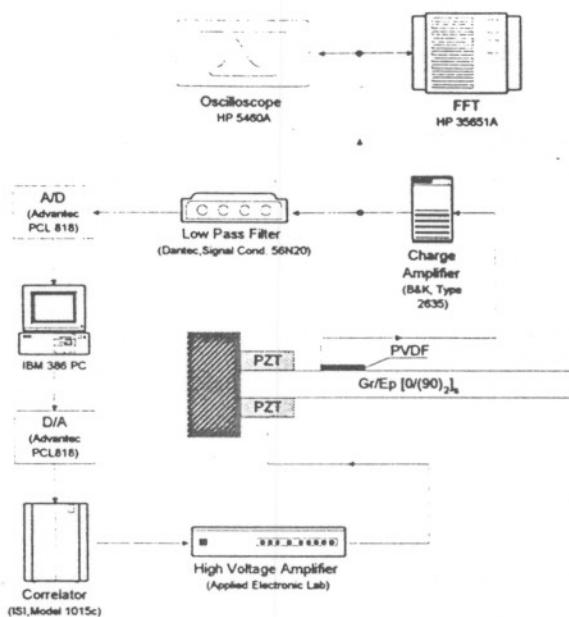


Fig.2 Experiment Setup

시스템식별을 위한 고유진동수는 임팩트해가진시험(Impact Hammer Excitation Test)을 통하여 측정하였다. 모드감쇠비는 그 모드에 해당되는력을 일정시간 가한뒤 제거함에 따라 자유감쇠는 출력신호의 포함선(Envelope)을 커브피팅(Cur Fitting)하여 구하였다. 상태 공간 표현식에서의 C 행렬의  $b_i$ ,  $f_i$  값은 Ref[5]의 해석프로그램에서 한뒤 실험을 통하여 스케일링(Scaling)하였다.

시뮬레이션에 사용된 시스템 파라미터는 시스템 식별을 위한 실험에서 얻은 것을 사용하였고 0.01의 분산을 가지는 백색잡음(White Noise)을 려했다.

#### 4. 실험결과

Table 2는 첫번째 굽힘모드 (1st Bending mode)에 대한 CGC, BBC, LQR의 실험과 시뮬레이션 통한 제어노력(Control Effort)과 정착시간(Settling Time)을 나타내고 있다. 여기서 제어노력은 제어전압의 시간에 대한 적분치이며, 정착시간은 초 출력의 5%내에서 안정되는 시간으로 정의한다.

Table 2. Control Effort vs Settling Time for Each Control Law(1st mode)

CGC	Control Effort (Volt•sec)		Settling Time (sec)	
	Exp.	Sim.	Exp.	Sim.
0	0.0	0.0	1.94	1.98
0.1	0.882	0.77	1.32	1.35
0.5	1.723	1.855	0.59	0.61
0.8	2.818	2.148	0.452	0.47
1.0	3.083	2.266	0.336	0.39

BBC	Control Effort (Volt•sec)		Settling Time (sec)	
	Exp.	Sim.	Exp.	Sim.
V <sub>max</sub>	Exp.	Sim.	Exp.	Sim.
0	0.0	0.0	1.94	1.98
5.0	4.688	4.505	0.425	0.49
10.0	9.065	9.010	0.301	0.33
20.0	17.368	18.02	0.192	0.24
30.0	25.074	27.03	0.182	0.22

LQR	Control Effort (Volt•sec)		Settling Time (sec)		
	m	Exp.	Sim.	Exp.	Sim.
0	0.0	0.0	1.94	1.98	
0.01	1.51	1.33	0.743	0.76	
0.1	2.66	2.71	0.5	0.39	
0.5	3.28	3.96	0.207	0.17	
1.0	3.89	4.74	0.157	0.15	

각 제어 알고리즘에 의한 시뮬레이션과 실험결과를 비교해보면, 제어노력과 정착시간이 상당히 일치하는 것을 알 수 있다.

각 제어 알고리즘의 제어노력에 대한 정착시간을 비교한 Fig.3을 살펴보자. Fig 3을 보면 BBC의 경우 다른 두 제어방법과 비교해 볼 때 많은 제어노력이 소모됨을 알 수 있다. 이것은 제어의 종반에 과잉 제어력에 의한 Chattering현상에서 기인된다. 이것은 제어종반의 약한 미진이나, 노이즈에 대해서도 계속 큰 제어노력을 가하고, 또한 이 제어노력에 의해 야기된 여진을 계속 제어하는 이유때문이다. 이러한 Chattering을 제거하기 위한 방법으로는 프로그램상에 Dead-Zone을 마련하는 방법이 있다. 하지만 이러한 Dead-Zone은 Chattering의 크기가 출력에 비해 비교적 작아야하는 제약이 있다. 그러므로 효율이 급격히 떨어지는 제어노력이 5volt•sec이상일 경우 이 제어방법을 쓰는 것이 좋지 않다.

지 않다.

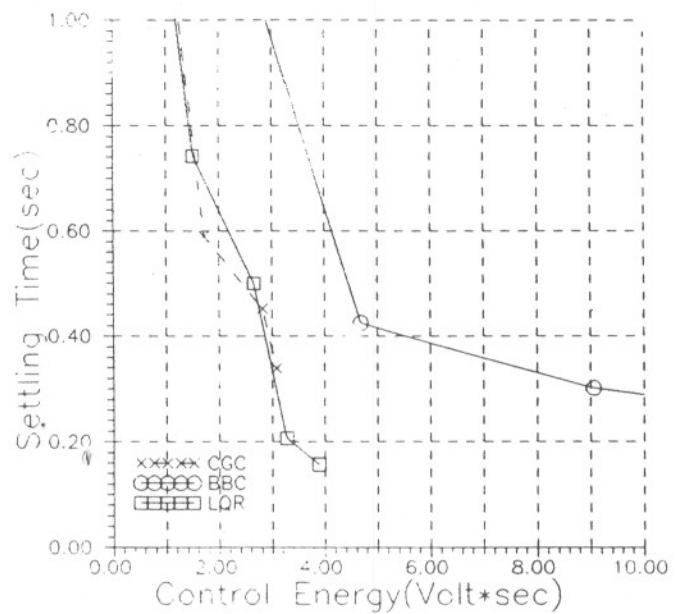


Fig.3 Control Effort vs Settling Time for Each Control Algorhtm

CGC와 LQR은 제어에너지에 대한 정착시간의 비가 비슷하다. 이러한 점은 단일 입출력 시스템(SISO)일 경우 CGC와 LQR은 비슷한 효과를 나타낸다는 이론과 일치한다. 하지만 CGC의 경우 출력신호의 미분치(속도)에 대한 오차와 개인 K<sub>d</sub>의 증가와 함께 커지는 노이즈의 영향으로 K<sub>d</sub>가 1.2 이상이 되면 실험에서 시스템 자체가 불안정해지는 결과가 나타난다. Fig.4는 첫번째 모드에 대한 LQR시뮬레이션과 실험결과를 나타낸것이다. 두 번째 굽힘모드에 대한 진동제어 실험 결과도 이와 유사한 결과를 보여주고 있다.

## 5. 결론

본 연구는 압전감지기 및 작동기가 부착된 복합재 외팔보의 모달운동방정식을 바탕으로 하여, 시스템 파라미터를 해석적 및 실험적 방법을 병행하여 구한뒤, 관측기는 칼만필터, 제어기는 LQR을 사용하여 보의 첫번째 두번째 굽힘모드의 진동제어실험을 각각 수행하였다.

또한 LQR의 특성을 알아보기 위해 기존의 CGC와 BBC에 의한 진동 제어 실험결과와 비교하였다. LQR은 BBC에 비해 제어효율면에서 장점을 가지고 있고 CGC와는 제어효율면에서는 큰 차이가 없으나 노이즈에 강한 면을 가지고 있다. 그리고 각각의 경우마다 시뮬레이션과 실험결과를 비교하여

이 두가지가 상당히 일치함을 보였다.

## 참고 문헌

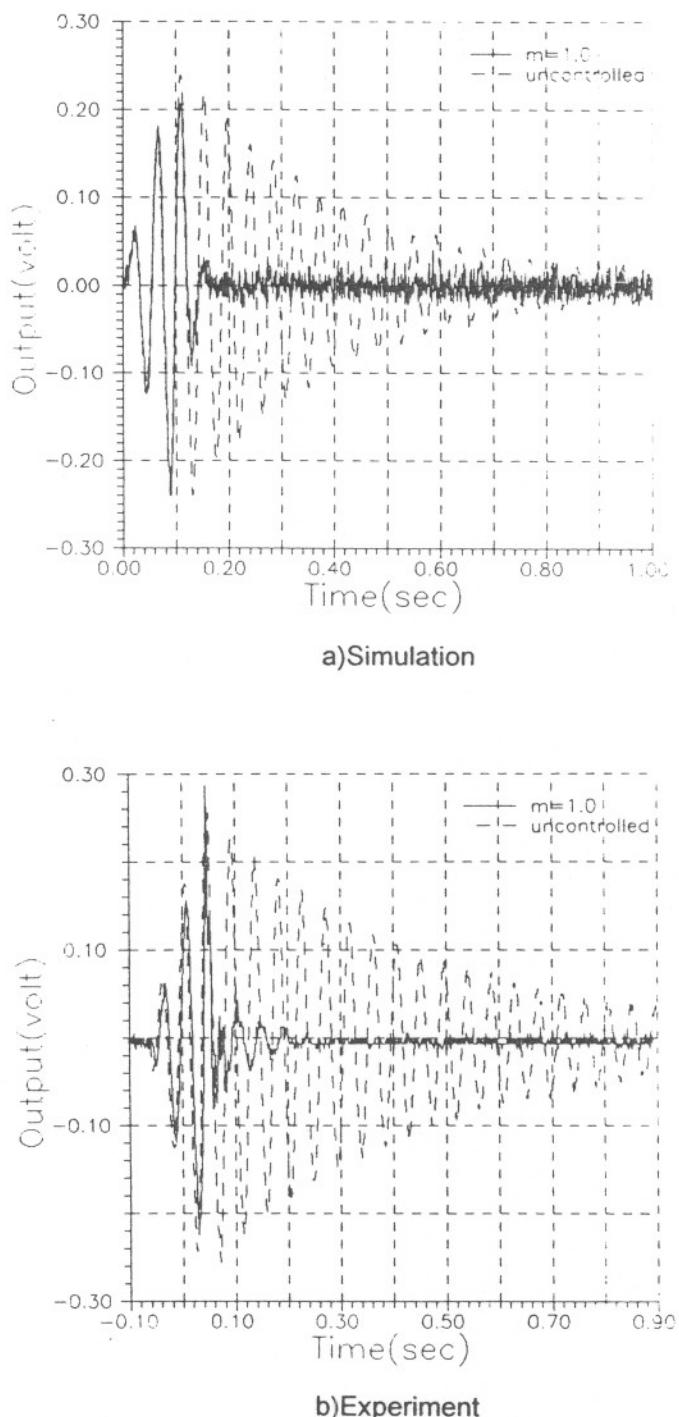


Fig.4. LQR Result(1st mode)

1. Rogers, C.A., Baker, D.K.,and Jaeger, C./ "Introduction to Smart Materials and Structures: U.S.A.R.O Workshop on Smart Materials, Structure and Mathematical Issues," VPI&SU, Virgin Technomic Publishing Co. , September, 1988.
2. Edward F.Crawley and Javier de Luis, "Use Piezoelectric Atuators as Elwments of Intelligent Structures." *AIAA Journal*, Vol 25, No.10, 1987, pp1373-1385 .
3. Lee, C.K., "Theory of Laminated Piezoelectric Plates for Design of Distributed Sensors/Actuator" *AIAA Journal*, Vol.25, No.3 ,1990 ,pp.1144-1158.
4. Woo-seok Hwang and Hyun Chul Park, " Finite Element Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuators," *AIAA Journal* , Vol.31, No.5, May 1993, pp.930-937.
5. 한재홍, 이인, "유한요소법을 이용한 지능 합재 구조의 진동 제어 특성 고찰," 한국항공우주학회지 제23권 제1호 1995, pp.85-96.
6. Bailey ,T. and Hubbard, Jr., "Distributed Piezoelectric Polymer Active Vibration Control of Cantilever Beam," *Journal of Guidance and Control*, Vol.8, No.5, pp.606-610.
7. 김승한, 최승복, 정재천, "압전필름을 이용한 외팔보의 능동진동제어," 한국항공우주학회지, 21권, 제 5회, 1993, pp.76-87.
8. 김종선,"압전 소자를 엑츄에이터로 이용한 탄성보 진동의 능동제어," 한국소음진동공학학지, 제 2권, 제 3회, 1992, pp.173-180.
9. 김재형, "시스템 식별과 최적제어를 이용한 복합적층판의 진동제어," 포항공과대학원 공학사학위논문, 1995.

1995年度

# 秋季學術發表大會 論文集

日 時 : 1995年 11月 24日 (金)

場 所 : 포항공과대학교

主 催

社團  
法人 韓 國 複 合 材 料 學 會

後 援

韓 國 科 學 技 術 團 體 總 聯 合 會  
韓國學術振興財團, 韓國科學財團

▣. 두꺼운 열경화성수지 복합재료의 경화시이클에 대한 연구 김진수*, 이대길(한국과학기술원), 최진호(대우중공업), 정광섭(영남대학교) .....	68
▣. 압축 성형에서의 금형 충전 해석 김대희, 유영은*, 이우일(서울대학교) .....	74
▣. ARTM 공정 중의 수지 유동 해석에 관한 연구 강문구*, 이우일(서울대학교), 이재원, 이종석(삼성중공업) .....	81

## 제 2 발표장

▣. 중력의 효과를 고려한 복합재료 적층보의 비선형 진동해석 정춘상*, 김지환(서울대학교) .....	87
▣. 단순화된 복합재 Wing Box 구조의 초기설계 주재현*, 황철호, 한영명(국방과학연구소) .....	91
▣. 복합재 평판의 좌굴에 관한 최적설계 김건인*(육군사관학교), 이재원(삼성중공업), 한병기(홍익대학교) .....	97
▣. 좌굴 하중을 고려한 복합재료 적층판의 최적 적층 설계 이정석*, 김창완(국방과학연구소), 홍창호(충남대학교) .....	102
▣. 복합재료 얇은 벽보의 강제진동 특성 연구 주정수*, 송오섭(충남대학교) .....	110
▣. 개구부가 있는 복합재 원통쉘의 구조진동 해석 전병희*, 이영신(충남대학교) .....	116
▣. 압전세라믹 감지기/작동기를 이용한 복합적층보의 동특성 제어 강영규*, 김문현, 박현철, 황운봉, 한경섭(포항공대) .....	123
▣. 압전재료를 이용한 복합재 보의 최적 진동 제어 이창배*, 한재홍, 이인(한국과학기술원) .....	132
▣. 분포형 PVDF 감지기/작동기의 형상에 따른 진동제어 효과에 관한 실험적 연구 유정규*, 박근영, 김승조(서울대학교) .....	137