국내 신용연계채권(CLN)의 가격 결정 :Hull-White 모형의 응용

김 인 준*

강 장 구**

장 경 운***

< 초록 >

본 논문은 신용연계채권(CLN)에 대하여 국내 현실에 맞는 적절한 가격 결정모형을 제시하는 것을 그 목적으로 한다. 신용연계채권은 신용파생상품이 내장된 구조채권(structured notes)으로서 가격 결정을 위해서는 부도확률과 부도상관관계의 추정이 중요하다. 본 논문은 부도상관관계를 반영하여 credit default swaps 가격을 결정할 수 있는 Hull and White(2000) 모형을 이용하여 국내 CLN 거래 사례를 분석하였다. 또한 부도상관관계를 고려하지 않는 CLN 의 경우에는 실무적으로 많이 이용되는 JP Morgan 방법과 가격추정 결과를 비교하였다. 분석 결과 부도상관관계를 고려하지 않는 CLN 의 경우에는 두 모형에 의한 이론가가 시장 거래가격과 유사하게 나타났다. 한편 부도상관관계를 고려하는 first-to-default CLN 의 경우에는 Hull and White(2000) 모형에 의한 이론가가 시장 거래가격보다 높게 나타났다. 시장 거래가격을 통해 추정된 자산상관계수는 1 에 가까운 것으로 나타났으며, 이때 부도상관계수는 0.5 를 넘지 않았다.

본 논문은 국내에서 거래된 신용파생상품에 대해 처음으로 실증분석을 시도했다는 데 의의가 있다. 실증분석 결과 부도상관관계를 고려하지 않는 경우 상기 두 모형 모두 국내 신용파생상품시장에서 적용 가능할 것으로 기대된다. 그러나 Hull and White(2000) 모형은 JP Morgan 방법에 비해 기간별 부도확률 사이의 상관관계를 고려하고 회수율 가정에 대해 상대적으로 안정된 특성을 나타내었다. 한편 Hull and White(2000) 모형의 경우 자산상관관계를 과거 주가자료를 이용하여 추정하면 CLN 가격을 과대평가하는 것으로 나타나 자산상관관계 추정을 위한 다른 접근방식이 필요할 것으로 판단된다.

* 한국과학기술원 테크노경영대학원(E-mail : ijkim@kgsm.kaist.ac.kr)

** 한국과학기술원 테크노경영대학원(E-mail : jkkang@kgsm.kaist.ac.kr)

*** 금융감독원(E-mail : royola@fss.or.kr)

Ⅰ. 서　론

부도나 신용상태의 변동 등으로 자산의 가치가 하락할 위험을 신용위험 (credit risk)이라고 한다. 이는 이자율이나 환율, 주가 등의 가격변화 때문에 발생하는 시장위험과 대별되는 위험이다.

시장위험의 경우 대부분 옵션이나 선물 등의 파생증권을 이용하여 위험을 관리한다. 이와 유사하게 신용위험을 관리하기 위해 만들어진 상품을 신용파생상품(credit derivatives)이라고 한다. 신용파생상품은 대출금, 회사채 등의 참조자산(reference asset)으로부터 신용위험(credit risk)을 분리하여 거래 상대방간에 이전하는 금융계약이다. 즉 신용파생상품 보장매입자(protection buyer)는 참조자산 발행기업(reference entity)의 신용도가 악화되어 참조자산의 가치가 하락하면 이에 대한 손실액을 보장매도자(protection seller)로부터 지급받음으로써 신용위험을 회피할 수 있다.

신용파생상품은 1990 년대 초반 미국계 대형 투자은행들에 의해 도입된 이래 미국 및 유럽시장을 중심으로 거래규모 측면에서 일반 파생금융상품에 비해 비약적인 성장세를 보이고 있다. 영국은행가협회(BBA: British Banker's Association)의 2002 년도 신용파생상품 보고서(credit derivatives report)에 따르면 2001 년중 동 상품에 의한 국제 거래규모는 1 조달러에 달하였으며 2002 년중에는 1 조 9,520 억달러, 2004 년에는 4 조 8000 억달러까지 성장할 것으로 추정되고 있다.

신용파생상품 가운데 대표적인 상품들에는 credit default swap (CDS), 신용연계채권(credit-linked note; CLN), total return swap (TRS), credit spread options, synthetic CDO (collateralized debt obligations) 등이 있다. 본 논문에서는 이 가운데 최근 국내시장에서 거래규모가 확대되고 있는 신용연계채권에 관하여 살펴본다.

신용연계채권(이하 CLN)은 일반적인 채권에 신용파생상품이 내장(embedded)되어 있는 구조채권(structured notes)으로 이해할 수 있다. CLN 은 통상 거래상대방위험(counter party risk)을 회피하기 위하여 SPV(special purpose vehicle)에 의해 발행되는데 그 거래구조를 보면 <그림 1>과 같다. 그림에서와 보는 바와 같이 CLN 발행자는 보장매입자의 신용위험을 CDS 등의 신용파생상품을 이용하여 떠안고 이를 다시 보장매도자(CLN 투자자)에게 이전시키는 방식을 취한다. 이때 SPV 는 CLN 매각대금을 우량등급 채권 등의 담보자산 형태로 보유하며 참조자산의 신용사건이 발생하는 경우 담보자산을 처분하여 우발적 손실액을 보장매입자에게 지급하고 나머지를 CLN 투자자에게 상환한다. 그러므로 CLN 투자자는 일반채권보다 높은 이자(담보자산의 이자+참조자산의 default premium)를 지급받는 대신 참조자산의 신용사건시 투자원금중 일부분을 상환받지 못할 수 있다. 이 신용파생증권은 기본적으로는 CDS 와 같은 구조를 지니고 있으나 CDS 발행자가 가질 수 있는 신용위험을 SPV 구조를 이용하여 제거하는 것으로 이해할 수 있다.

우리나라의 경우 신용파생상품에 대한 거래가 1996~97 년중 호조를 보이다가 1997 년 말 외환위기 이후 우리나라의 대외신인도가 급격히 악화되고 일부 금융기관에서 동 상품 취급에 따른 손실이 발생함에 따라 거래규모가 위축된 상황이다. 특히 국내 금융기관의 경우 신용위험의 측정 및 관리가 시작 단계에 있고 채권시장도 충분히 활성화되어있지 않아 신용파생상품의 가격평가를 위한 기초변수의 측정과 이를 토대로 한 가격결정모형의 확립이 어려운 상황이다.

본 논문은 국내 신용파생상품시장의 활성화를 위한 선결요건중 하나인 신용파생상품의 가격결정모형을 실증분석을 통해 제시해 보고자 한다. 이를 위해 국내에서 거래된 신용파생상품 중 CLN을 중심으로 사례분석을 시도하겠다. CLN 가격결정 모형으로는 최근 해외 신용파생상품시장에서 활용되고 있는 Hull and White(2000) 모형을 응용하고자 한다. Hull and White(2000) 모형은 회사채 가격에 대한 축약모형[1](reduced-form model)과 구조모형[2](structured model)이 결합된 CDS 가격결정 모형(hybrid model)이다. 동 모형은 참조자산 발행기업과 보장매도자 사이 또는 다수의 참조자산 발행기업 사이의 부도상관관계를 모형에 반영할 수 있어 first-to-default CDS 등에 적용되고 있다. 국내 거래자료에 대한 실증분석에서는 먼저 참조자산에 대한 CDS default premium을Hull and White(2000) 모형에 의해 산출하고 여기에 담보자산의 이자를 합산하는 방식으로 CLN의 가격을 추정하고자 한다. 또한 부도상관관계를 반영하지 않는 경우 실무적으로 널리 사용되는 JP Morgan 방법론을 사용하여 CLN의 가격을 추정해 보고 가격 추정결과와 가격결정에 미치는 요인을 Hull and White(2000) 모형과 비교하여 분석해 보겠다. 이를 통해 국내 신용파생상품 시장에서의 활용 가능성을 알아보는 한편 두 모형의 차이점을 규명하고자 한다

본 논문은 총 4 장으로 구성되어 있다. 제 1 장은 서론으로서 연구의 배경과 목적을 서술하였다. 제 2 장에서는 CDS 를 중심으로 신용파생상품의 가격결정모형을 살펴본다. 제 3 장에서는 국내 CLN 거래 사례를 Hull and White(2000) 모형 및 JP Morgan 방법론에 의해 실증분석한다. 제 1 절에서는 사례분석에서 사용한 국내 CLN 거래자료 및 사례분석 방법을 소개하고, 제 2 절 및 제 3 절에서는 동 거래에 대한 가격결정모형의 추정결과와 가격결정에 미치는 요인을 분석한다. 제 4 장은 결론으로 본 연구의 성과와 한계를 정리한다.

---

[1]) 축약모형은 부도시기를 외생적인 부도위험 확률과정(intensity process)으로 모형화함으로써 채권시장에서 관찰되는 신용스프레드나 신용등급을 이용하여 위험채권의 가격을 추정한다. Hull and White(2000) 모형은 Jarrow-Turnbull(1995)의 무차익모형과 유사하나 조건부 순간부도확률(hazard rate) 대신 무조건부 순간부도확률을 사용하고 부도발생시의 청구금액에 대해 다른 가정을 사용한다.

[2]) 구조모형은 기업가치가 일정한 확률과정을 따르다가 일정수준의 또는 시간가변적인 채무규모에 미달할 경우 부도가 발생하도록 모형화함으로써 주식시장에서 관찰되는 기업의 자본구조와 주가 정보를 이용하여 위험채권의 가격을 추정한다. Hull and White(2000) 모형은 개별기업의 부도확률은 축약모형으로 추정하고 부도상관관계는 구조모형의 하나인 Black-Cox(1976)류의 first passage time 모형을 응용하여 추정한다.

Ⅱ. 신용파생상품의 가격결정모형

국내에서 연구된 신용파생상품 관련 논문을 살펴보면 외환위기 당시 거액의 투자손실로 문제가 되었던 TRS(total return swaps) 거래에 대한 사례분석이 먼저 시도되었다. 김인준, 변석준, 윤창현(1998), 오규택, 신성환(1997)의 연구가 대표적이다. 그러나 상기 논문에서 분석된 TRS 거래는 기업의 신용위험이 아닌 환율변동을 중심으로 한 sovereign risk라는 점에서 본격적인 신용파생상품 관련 연구라고 보기는 어렵다고 할 수 있다. 이후 김형태, 이준희(2000) 및 일부 경영대학원 석사학위 논문[3]은 CDS를 포함한 전반적인 신용파생상품의 거래구조와 시장동향, 가격결정방법 그리고 규제방안 등에 대한 보다 구체적인 이슈를 분석하였다. 그러나 상기 연구는 국내 거래자료를 토대로 한 실증분석 없이 신용파생상품 관련 문헌연구에만 그친 한계를 가진다고 볼 수 있다. 이는 신용파생상품이 장외(OTC)에서 거래되는 특성상 연구자가 실제 거래자료에 접근하기 어려웠을 뿐만 아니라 국내 시장에서 일반적으로 통용되는 이론적인 신용파생상품 가격결정 모형이 없었기 때문으로 생각된다. 현재까지 국내에서 실무적인 가격결정 방법이 여러가지 이용되고 있지만 이론적인 접근은 성공적이지 못했다. 이 장에서는 해외에서 연구되어온 신용파생상품 관련 논문을 살펴보고 최근 블룸버그(Bloomberg) 등 해외시장에서 많이 사용되기 시작한 Hull and White(2000)와 JP Morgan의 CDS 가격결정모형에 대해 알아본다.

1. CDS 가격결정모형 관련 연구

지금까지 연구되어 온 해외 신용파생상품 관련 논문은 대부분 CDS를 중심으로 하고 있다. 이는 CDS가 가장 널리 이용되는 대표적인 신용파생상품이기 때문이며, 다른 신용파생상품도 CDS 가격결정방식과 유사하게 접근할 수 있기 때문으로 보이다. 신용파생상품 가격결정모형에 대한 연구는 많은 학자와 시장전문가에 의해 이루어져 왔으나 현재까지 실무에서 응용되고 있는 모형은 2~3개에 불과한 것으로 알려져 있다.

CDS에 대한 선구적인 연구는 Duffie(1998, 1999)에 의해 이루어졌다. Duffie(1998,1999)는 Duffie and Singleton(1999) 축약모형을 활용하여 credit default swaps와 credit basket swaps 가격결정모형을 제시하였다. 그리고 Schönbucher (1999), Das and Sundaram (2000), Kang and Kim (2003), Mashal and Naldi (2001), Jarrow and Yildirim(2002) 등도 단일 또는 다수의 참조자산을 가진 CDS와 credit spread option 등에 대한 가격결정모형을 제시하였다. 한편 Houweling and

[3]) 대표적인 연구로 장병구(1998), 정인상(1999), 고용식(2000), 김동진(2000), 유소라(2001)가 있다.

Vorst(2002) 및 Cossin, Hricko, Aunon-Nerin and Huang(2002) 은 미국 및 유럽 신용파생상품시장을 대상으로 다양한 가격결정모형을 도입하여 실증분석을 시도하였다. 그러나 Bloomberg 등에서 CDS 수수료 호가 및 가치평가 등에서 널리 사용되는 가격결정모형은 다음에 설명할 Hull and White(2000) 및 simple JP Morgan 모형이다.

2. Hull and White(2000) 모형

Hull and White(2000)는 먼저 보장매도자와 참조자산 발행기업간 부도상관관계를 고려하지 않는 경우의 CDS 가격결정모형을 제시하고, 이를 부도상관관계를 고려한 CDS 가격결정모형으로 확장하였다.

2.1 Hull and White(2000) 모형 I

Hull and White(2000) 모형에서의 기본 가정은 다음과 같다. 첫째, 신용사건은 채권만기 이전에 어느 때에도 발생할 수 있다. 둘째, 무위험금리는 사전에 알려져(deterministic) 있다. 즉 무위험금리의 기간구조(term structure)에 대해서는 별도의 모형화를 하지 않는다. 셋째, 회수율과 청구금액(claim amounts)도 사전에 알려져 있다. 회수율의 경우에는 systematic risk 가 없다고 보고 과거자료에서 관찰되는 기대회수율(expected recovery rate)이 위험중립 환경하에서의 기대회수율과 동일하다고 가정한다. 그러므로 Moody’s 에서 발표하는 기대회수율 자료를 그대로 사용한다. 또한 동일 seniority 를 가진 채권의 기대회수율은 모두 동일하다고 가정한다.

Hull and White(2000) 는 부도시 청구금액(claim amount)을 해당 채권의 액면금액과 미수이자(accrued interest)의 합으로 가정하였다. 그러므로 신용사건 발생시 일반적인 CDS 의 우발적 손실액(contingent payment)은 해당 채권의 액면금액에서 부도시점 t 직후의 시장가치, 즉 청구금액(액면금액+미수이자)에 회수율을 곱한 금액를 차감하여 산출되는데 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$L - RL[1 + A(t)] = L[1 - R - RA(t)] \qquad (1)$$

여기서 L 은 액면금액, R 은 회수율, $A(t)$ 는 t 시점에서의 참조자산에 대한 미수이자이다.

Counter party risk 를 감안하지 않는 Hull and White(2000) 모형 I 은 회사채 가격결정을 위한 축약모형이라고 할 수 있다. 그러나 축약모형에서 일반적으로 사용하는 조건부 순간부도

확률(default probability density)인 hazard rate, h(t) 대신에 무조건부 순간부도확률인 q(t)를 사용한다. q(t)와 h(t) 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$q(t) = h(t)e^{-\int_0^t h(\tau)d\tau}$$

이때 $q(t)$ 는 $t_{i-1} < t < t_i$ 사이에서 q_i 로 일정하다고 가정한다. 신용사건이 만기 이전의 어느 시점에서도 발생하는 경우의 $q(t)$ 의 식을 유도하기 위해서는 다음과 같은 정의가 필요하다.

B_j : j 번째 위험채권의 현재 가격

G_j : 부도확률이 없는 경우의 j 번째 채권(j 번째 위험채권과 동일한 현금흐름을 가지는 국공채)의 현재 가격

$F_j(t)$: 무위험채권으로 가정할 경우, t 시점에 선도계약의 만기가 도래하는 j 번째 채권의 선도가격(forward price)

$v(t)$: t 시점에서 지급 받는 $1 의 현재 가치

$C_j(t)$: t 시점에서 부도가 발생할 경우 j 번째 채권의 청구금액(claim amount)

$\hat{R}$: 기대 회수율(expected recovery rate)

α_{ij} : t_i 에 j 번째 채권이 부도날 경우 net loss(부도가 없을 경우의 채권가치 – 부도후 채권가치)의 현재 가치

Hull and White(2000)는 무위험 선도가격인 $F_j(t)$ 의 구체적인 산출방법을 언급하고 있지 않으나 본 논문 제 3 장의 사례분석 시에는 무위험금리의 spot rates 으로부터 t_i 시점마다의 forward rates 을 구한 후 해당 채권의 미래 cash flow 를 해당 기에서 forward rates 으로 할인하는 방식으로 $F_j(t)$ 를 구하였다.

한편 net loss 인 α_{ij} 는 t_i 시점에서 부도가 발생하지 않았을 경우의 선도가격에서 부도가 발생할 경우의 청구금액에 회수율을 곱한 금액을 차감하여 이를 현가화 한 것이라고 할 수 있으므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha_{ij} = v(t_i)[F_j(t_i) - \hat{R}C_j(t_i)]$$

이는 부도가 일정 시점 간격으로 발생한다고 보았을 때의 net loss 이다. 이를 연속적인 시간 간격으로 한 net loss 인 β_{ij} 로 바꾸면

$\beta_{ij} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} v(t)[F_j(t) - \hat{R}C_j(t)]dt$ 로 표현할 수 있다. 여기서 일정 시간 간격에서의 정적분 (definite integral)은 일반적인 방식인 Simpson's rule 을 사용하여 근사(approximation)한다.

$q(t)$ 는 $t_{i-1} < t < t_i$ 사이에서 일정(q_i)하므로 이러한 순간부도확률하에서 β_{ij} 의 net loss 가 발생한다고 보고 각 기간 동안에서의 expected net loss 를 합산하면 무위험채권과 위험채권간 가격차이, 즉 risk premium 이 된다고 할 수 있다. 그러므로 q_j 는 다음과 같이 구해진다.

$$G_j - B_j = \sum_{i=1}^{j} q_i \beta_{ij}$$

$$q_j = \frac{G_j - B_j - \sum_{i=1}^{j-1} q_i \beta_{ij}}{\beta_{jj}} \qquad (2)$$

한편 Jarrow and Turnbull(1995)은 부도발생시의 claim 을 no-default value 로 가정하였는데 이 경우에는 $C_j(t) = F_j(t)$ 가 되므로 β_{ij} 는 $1 - \hat{R}$ 에 비례하게 된다. 그러므로 이 가정이 성립한다면 (2)식을 통해 시장가격에서 $q_i(1 - \hat{R})$ 을 직접 추정할 수 있게 되며 coupon 을 지급하는 위험채권의 가격 B_j 는 zero-coupon risky bond 의 합계로 표현할 수 있다. 이를 value additivity 라고 한다. 그러나 Hull and White(2000)는 앞에서 언급한 데로 claim 을 시장에서 일반적으로 통용되는 방식인 액면금액과 미수이자의 합계로 가정하고 있는데 이 경우에는 value additivity 가 성립되지 않는 문제(회수율이 0 일 경우에는 예외)가 발생한다. 다만 Hull and White(2000)는 상기 두 가지 가정에 의해 산출되는 부도확률이 거의 유사하다는 점을 밝히고 있다.

다음으로 이렇게 계산된 q_j 를 이용해 CDS spread 를 구하게 되는 데 이를 위해서 다음과 같은 정의가 필요하다.

T : CDS 의 만기
$u(t)$: 0 에서 t 시점 기간동안 coupon 지급일자 마다 연간 $1 의 비율로 지급되는 CDS fee 에 대한 현재 가치
$e(t)$: t 시점에서 최직근 coupon 지급시기 사이의 accrual payment 에 대한 현재 가치
w : CDS 보장매입자가 지급하는 연간 총 fee 금액
s : CDS 의 가치가 0 이 되게 하는 w 의 가격(par spread)
π : CDS 만기까지의 누적생존확률
$A(t)$: t 시점에서의 참조자산에 대한 미지급이자(액면금액에 대한 백분율)

여기서 π 는 $q(t)$ 를 이용해 다음과 같이 계산된다.

$$\pi = 1 - \int_0^T q(t)dt$$

그러므로 CDS 보장매도자가 보장매입자로부터 받는 기대 fee(현가)는 다음과 같이 계산된다.

$$w\int_0^T q(t)[u(t) + e(t)]dt + w\pi u(T)$$

또한 부도발생시 보장매도자가 보장매입자에게 지급하는 contingent payment 의 기대가치(현가)는 식(1)를 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$\int_0^T [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}]q(t)v(t)dt$$

CDS par spread 는 기대 fee 의 현가와 기대 contingent payment 의 현가가 같아지게 하는 가격이므로 다음과 같이 산출된다.

$$s = \frac{\int_0^T [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}] q(t) v(t) dt}{\int_0^T q(t)[u(t) + e(t)] dt + w \pi u(T)} \tag{3}$$

2.2 Hull and White(2000) 모형 Ⅱ

Hull and White(2000)는 CDS 가격결정에 부도상관관계(default correlation)를 도입하기 위하여 축약모형에 Black-Cox(1976), Kim et al(1993), Longstaff-Schwartz(1995) 등의 구조모형 즉 first passage time 모형을 결합한 혼합모형(hybrid model)을 제안하였다. 기존의 축약모형에서도 hazard rate 에 jump process 를 도입한 Jarrow-Yu(1999) 모형이나 hazard rate 간의 상관관계를 도입한 Duffie-Singleton(1998)의 first-to-default basket 모형처럼 부도상관관계를 모형화하기 위한 시도가 있었으나 성공적이지 못하였다. 이러한 문제점에 대한 대안으로 Hull and White(2000)는 개별기업의 marginal 부도확률은 축약모형을 이용해 채권시장에서 추출하고 부도상관관계를 고려한 기업간 joint 부도확률은 구조모형을 이용해 주식시장에서 추출하는 방식을 사용하였다.

Hull and White(2000)는 먼저 first passage time 모형을 도입하기 위하여 creditworthiness 라는 개념을 정의하였다. N 개의 기업이 있다고 할 때 기업 j($1 \le j \le N$) 의 t 시점에서의 creditworthiness (credit index 라고도 표현) $X_j(t)$ 는 구조모형 관점에서 보았을 때 기업가치와 연관된 함수로 해석할 수 있고, 신용등급의 continuous measure 와 연관된 함수로 해석할 수도 있다. Hull and White(2000)는 $X_j(t)$ 가 추세가 없고(zero drift) 분산이 1 인 wiener process 를 따른다고 가정하고, 초기값 $X_j(0)$ 은 0 으로 설정하였다.

Hull and White(2000)는 "Valuing credit default swap Ⅰ"에서 제시한 축약모형과 credit index 에 의한 구조모형을 연관시키기 위하여 default barrier 를 축약모형에서 구한 무조건부 default probability density, $q(t)$ 에 의해 조정하는 방법을 사용하였다. Hull and White(2000)는 이러한 조정(calibration)을 무위험금리 기간구조 모형에서 균형모형의 특정 parameter 를 시장가격에 맞추어 조정하는 무차익(no-arbitage) 모형의 방법론과 비교하였다.

또한 Hull and White(2000)는 다수의 참조자산 발행기업의 credit index 간 상관계수를 구하기 위하여 credit index 의 대용치(proxy)로 해당 기업의 주가자료를 이용하였다. 그리고 비상장기업의 경우에는 유사한 상장기업(동종업종 등)의 주가를, 정부(sovereign entity)의 경우에는 환율을 proxy 로 제시하였다. 이러한 대용치는 완전치는 않지만 실무에서 널리

사용되고 있고 기업의 신용위험이나 국가간 외환위험(currency risk)을 어느 정도 반영하는 것으로 보았다.

상기 가정을 토대로 다음과 같이 두 기업간 부도상관관계를 구할 수 있다.

$Q_j(T)$: 0 과 T 시점사이의 기업 j 의 marginal 누적부도확률

$P_{jk}(T)$: 0 과 T 시점사이의 기업 j 와 k 의 joint 누적부도확률

$\beta_{jk}(T)$: 0 과 T 시점사이의 기업 j 와 k 의 부도상관관계

$$\beta_{jk}(T) = \frac{P_{jk}(T) - Q_j(T)Q_k(T)}{\sqrt{[Q_j(T) - Q_j(T)^2][Q_k(T) - Q_k(T)^2]}}$$

이렇게 구해진 부도상관관계와 축약모형에서 제시한 CDS spread 식(3)을 결합하여 부도상관관계를 고려한 CDS 의 가격을 구할 수 있으며 이때 Monte Carlo simulation 을 이용한다. 보장매도자와 참조자산 발행기업간 부도상관관계 즉 거래상대방위험을 감안하는 CDS spread 는 다음과 같이 구해진다.

$$s = \frac{\int_0^T [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}]\theta(t)v(t)dt}{\int_0^T [\theta(t)u(t) + \theta(t)e(t) + \phi(t)u(t)]dt + \pi u(T)} \qquad (4)$$

T : CDS 의 만기

$\hat{R}$: 참조자산의 기대 회수율(expected recovery rate)

$\theta(t)$: t 시점까지 보장매도자가 생존해있는 조건하에서 참조자산 발행기업이 부도날 수 있는 위험중립 순간부도확률

$\phi(t)$: t 시점까지 참조자산 발행기업이 생존해있는 조건하에서 보장매도자가 부도날 수 있는 위험중립 순간부도확률

$u(t)$: 0 에서 t 시점 기간동안 coupon 지급일자 마다 연간 $1 의 비율로 지급되는 CDS fee 에 대한 현재 가치

$e(t)$: t 시점에서 최직근 coupon 지급시기 사이의 accrual payment 에 대한 현재 가치

$v(t)$: t 시점에서 지급 받는 $1 의 현재 가치

w : CDS 보장매입자가 지급하는 연간 총 fee 금액

s : CDS 의 가치가 0 이 되게 하는 w 의 가격(par spread)

π : CDS 만기까지 참조자산 발행기업 및 보장매도자가 모두 생존하는 위험중립 누적생존확률

$A(t)$: t 시점에서의 참조자산에 대한 미지급이자(액면금액에 대한 백분율)

또한 다수의 참조자산으로 구성된 credit basket swaps 중 first-to-default CDS 의 spread 는 일부 변수를 다음과 같이 재정의하여 식(4)를 적용함으로써 구할 수 있다.

$\theta(t)$: t 시점까지 보장매도자가 생존해있는 조건하에서 참조자산 발행기업중 어느 하나에서 부도가 발생할 수 있는 위험중립 순간부도확률

$\phi(t)$: t 시점까지 모든 참조자산 발행기업이 생존해있는 조건하에서 보장매도자가 부도날 수 있는 위험중립 순간부도확률

π : CDS 만기까지 모든 참조자산 발행기업과 보장매도자가 생존하는 위험중립 누적생존확률

$\hat{R}$: 첫번째 부도시 해당 참조자산에 대한 기대 회수율(expected recovery rate)

$A(t)$: t 시점에서 첫번째 부도시 해당 참조자산에 대한 기대 미지급이자 (액면금액에 대한 백분율)

3. Simple JP Morgan 모형

Bloomberg 통신에서 참조자산이 되는 채권의 이름(ticker)를 입력하고“CDSW” 메뉴로 가면 JP Morgan 방식에 의한 CDS spread를 볼 수 있다. 이때 정확한 공정가격(fair price)를 얻기 위해서는 만기, 쿠폰 지급방식, 거래상대방 등의 CDS 거래조건을 입력해야 하며 bench-mark 이 되는 무위험금리 기간구조와 업종별 및 신용등급별 위험금리 기간구조(risky curve)를 선택할 수 있도록 되어있다. 또한 금리 변동시 발생하는 CDS 가치 변동액도 동 모형을 사용하여 확인할 수 있다. 여기서 설명하는 simple JP Morgan 모형은 Bloomberg 매뉴얼에 설명된 내용을 나름대로 정리한 것으로 실제 JP Morgan에서 사용하는 방식과는 다를 수 있음을 밝힌다.

CDS 가격결정을 위해 먼저 알아야 하는 것이 준거자산 발행기업의 누적부도확률이다. 회수율은 외생적으로 일정하게 가정한다.

먼저 무위험금리와 위험금리의 spot term structure를 구한다. Bench mark이 되는 무위험금리(통상 스왑 금리 또는 treasury yield)와 위험금리가 par yield 이므로 통상적인 boot-strapping 방식에 의해 spot rate으로 조정하는 것이다. 여기서 주의할 것은 위험채권의 경우도 무위험채권과 동일한 방식으로 boot-strapping 을 한다는 점이다. 무위험채권의 boot-strapping은 채권을 만기에 지급되는 원금과, 만기까지 정기적으로 지급되는 이자로 구성된 포트폴리오로 보고 포트폴리오를 구성하는 개별 cash flow의 현가를 합한 것이 해당 채권의 현재 가격과 같다라는 가정에서부터 출발한다. 즉 최초에 지급되는 coupon에 적용되는 spot rate으로부터 recursive하게 다음 기의 spot rate을 구한다는 것인데, 이는 포트폴리오를 구성하는 원금과 이자가 서로 독립적이라는 가정하에서 성립되는 것이다. 그러나 위험채권의 경우에는 먼저 지급되는 이자에서 지급불능이 발생하면 이후 지급되는 현금흐름도 지급불능이 될 가능성이 커지므로 서로 독립적이라고 볼 수 없다는 문제가 있다. Simple JP Morgan 방식은 이러한 문제점을 기간부도확률을 구하는 과정에서 일부 조정한다.

기간부도확률을 구하는 방식은 다음과 같다. 먼저 spot term structure로부터 만기별 할인률(discount factor)를 구한다. 만기별 할인률은 액면금액이 1인 해당 만기의 zero-coupon bond의 가격을 의미한다. 다음으로 0과 1기 사이의 risk premium을 만기가 1인 zero-coupon 무위험채권 및 위험채권 가격의 차이로부터 산출한다. 이렇게 구해진 risk premium은 [0,1]기 사이의 기간부도확률과 다음과 같은 관계를 만족해야 한다.

RP(0,1) = dsFc(0,1) benchmark – dsFc(0,1) risky
= p1(1-Rcv)dsFc(0,1) benchmark

여기서 RP(0,1)는 risk premium, dsFc(0,1)은 할인률, p1은 [0,1]기 사이의 기간부도확률, Rcv는 회수율을 나타낸다. 위 식이 나타내는 것은 무위험채권과 위험채권의 가격차이 즉 risk premium은 해당 만기중 부도발생시 발생하는 손실액(expected credit loss)을 무위험이자율로 할인한 값과 같다는 것이다. 위 식에서 [0,1] 사이의 기간부도확률, p1이 구해진다.

다음으로 [0,2]기간에 대한 risk premium은 기간부도확률과 다음과 같은 관계를 만족해야 한다.

RP(0,2) = dsFc(0,2) benchmark – dsFc(0,2) risky
= RP(0,1)+RP(1,2) = RP(0,1)+(1-p1)p2(1-Rcv)dsFc(0,2) benchmark

위식을 이용하여 [1,2] 사이의 기간부도확률이 구해진다.

이와 같은 방식으로 recursive하게 기간부도확률을 구한 후 다음과 같이 [0,3] 사이의 누적부도확률, CP를 산출한다.

RP(0,3) = dsFc(0,3) benchmark – dsFc(0,3) risky

= RP(0,1)+RP(1,2) +(1-p2)p3(1-Rcv)dsFc(0,3) benchmark

CP(0,3) = p1 + (1-p1)p2 + (1-p1)(1-p2)p3

JP Morgan은 이와 같은 단순한 방식보다는 실제 보다 정밀한 방식으로 누적부도확률을 구하는 것으로 알려져 있으나 자세한 내용은 확인할 수 없었다.

다음으로 이렇게 구해진 누적부도확률을 가지고 CDS spread를 산출한다. CDS의 현금흐름은 두 가지 leg(CDS fee와 신용사건 발생시 지급하는 contingent payment)를 가진다. 그리고 par yield에서는 두 leg의 현재가치가 서로 같아야 한다. 신용사건이 발생하지 않는 한 정기적으로 지급되는 CDS fee의 가치는 다음과 같이 산출된다.

$$PV\ of\ No\ Default\ Fee\ Pmts = S_N \cdot Annuity_N = S_N \sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot PND_i \cdot \Delta_i$$

여기서 S_N 은 만기가 N인 CDS의 par spread이고, DF_i 는 T_0와 T_i 사이의 무위험할인률, PND_i 는 T_0에서 T_i 사이의 생존확률, Δ_i는 T_{i-1}과 T_i 사이의 accrual period이다.

만약 부도 발생시 accrual fee가 지급된다면, 즉 부도발생 시점과 최직근 fee 지급시점 사이의 이자가 지급된다면(ISDA 표준안) 보장매도자가 보장매수자에게서 받는 CDS fee의 가치는 다음과 같다.

$$PV\ of\ No\ Default\ \ Fee\ Pmts\ +\ PV\ of\ Default\ \ Accruals\ = S_N \cdot Annuity_N + S_N \cdot Default\ \ Accrual_N = S_N \sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot PND_i \cdot \Delta_i + S_N \sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot (PND_{i-1} - PND_i) \cdot \frac{\Delta_i}{2}$$

여기서 $(PND_{i-1} - PND_i)$는 T_{i-1}과 T_i 사이에서 신용사건이 발생할 확률, $\frac{\Delta_i}{2}$은 T_{i-1}과 T_i 사이의 평균 accrual을 나타낸다. JP Morgan 매뉴얼에서는 밝히고 있지 않지만 상기 방식은 실제 미수이자 지급액에 대한 근사(approximation)로 볼 수 있다. 즉 T_{i-1}과 T_i 사이에서 신용사건이 발생할 확률, $PD_{i-1,i}$ 은 아래 식과 같으므로 각 시점에서의 누적생존확률이 1에 가까운 경우에만 성립되는 것을 알 수 있다. 한편 미수이자의 경우에는 이자 지급시기 직전까

지 증가하다가 지급시점에서 0이 되는 톱니모양의 payoff를 가진다는 점을 감안하면 $\frac{\Delta_i}{2}$ 로 근사하는 것은 타당한 것으로 생각된다.

$$PND_{i-1}(1-PD_{i-1,i}) = PND_i, \quad PD_{i-1,i} = 1-\frac{PND_i}{PND_{i-1}} = \frac{PND_{i-1}-PND_i}{PND_i}$$

다음으로 부도발생시 보장매도자가 보장매수자에게 지급하는 contingent payment의 가치는 아래와 같다.

$$PV\ of\ \ Contingent = Contingent_N = (1-R)\sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot (PND_{i-1}-PND_i)$$

여기서 R은 참조자산의 회수율이다. 그러므로 CDS의 par spread S_N 은 다음과 같이 산출된다.

$$Valuation\ of\ \ Fee\ Leg = Valuation\ of\ \ Contingent\ Leg$$

$$S_N\sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot PND_i \cdot \Delta_i + S_N\sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot (PND_{i-1}-PND_i)\cdot\frac{\Delta_i}{2} =$$

$$(1-R)\sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot (PND_{i-1}-PND_i)$$

$$S_N = \frac{(1-R)\sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot (PND_{i-1}-PND_i)}{\sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot PND_i \cdot \Delta_i + \sum_{i=1}^{N} DF_i \cdot (PND_{i-1}-PND_i)\cdot\frac{\Delta_i}{2}}$$

Ⅲ. CLN 가격결정에 대한 실증 적용

1. 국내 CLN 거래사례 개요 및 사례분석 방법

이 장에서는 국내에서 거래된 2 건의 CLN 사례를 제 2 장에서 설명한 simple JP Morgan Model 과 Hull and White(2000) Model 을 사용하여 분석하였다. 국내 CLN 거래사례를 정리하면 <표 1>과 같다.

첫번째 사례인 linear basket CLN 은 처음 5 년 동안에는 포항제철의 신용사건과 그 다음 5 년 동안에는 한국정부의 신용사건과 연계되도록 설계되었다. 동 채권의 발행자는 거래상대방위험을 없애기 위하여 SPV 로 하였고, 현금담보 성격의 채권 매각대금으로 미국 AAA 채권을 매입하여 SPV 에 예치하였다. 신용사건시 인수조건은 physical settlement 로만 한정하였고 인수대상 채권은 reference entity 가 발행한 G7 currency 표시 무보증, 선순위채로 하였다.

두번째 사례인 Korean basket linked note 의 경우에는 5 년 동안 reference entity 중 어느 하나라도 신용사건이 발생하면 계약이 만료되고 투자원금에서 contingent payment 를 차감한 금액을 상환하도록 설계되었다. 동 채권의 발행자도 SPV 로 거래상대방위험은 없는 것으로 간주할 수 있으나 채권매각대금의 운용대상 채권에 대해서는 계약서상 명시되지 않았는데 본 논문에서는 동 금액이 담보 성격이고 SPV 의 모회사인 투자은행이 전액 지급보증하고 있어 첫번째 사례와 마찬가지로 미국 AAA 채권으로 운용되었다고 가정한다. 신용사건시 인수조건은 physical delivery 를 우선적으로 하되 여의치 않을 때는 dealer poll 에 의한 시장가격으로 cash settlement 를 하도록 하였다. deliverable obligation 으로는 해당 reference entity 의 특정 외화채권을 지정하였으며 여의치 않을 때는 원화를 포함한 몇 가지 통화표시 채권 중 contingent payment 조항이 없고 만기가 충분히 긴 채권으로 한정하여 인수할 수 있도록 하였다.

CLN의 가격은 CDS와 마찬가지로 일반적으로 동 계약에서 발생하는 미래 현금흐름에 대한 기대가치를 현가화하여 결정할 수 있다.[4] 그러나 본 논문에서는 CLN 거래에서 보장하는 신용리스크와 동일한 성격을 가지는 CDS의 가격을 산출하고 여기에 일반적인 채권가격을 합산하는 방식을 사용하였다.

또한 국내 신용파생상품이 모두 미달러화로 거래되는 점을 감안하여 reference entity인 국내 기업(한국정부 포함)의 외화채권 유통수익률과 미국시장에서의 무위험금리 기간구조(swap rates)를 가격결정에 필요한 기초데이터로 사용하였다. 구체적으로 외화채권 유통수익률은 bloomberg통신에서 제공하는 해당 ticker에 대한 security description(DES)과 historical price(HP)자료를 사용하였고, 무위험금리는 6 개월 Libor에 연계된 semi-annual 금리스왑(ask price) 자료를 사용하였다. 한편 상기 par yield의 만기가 유통수익률 자료의 부족으로 누락되어 있는 경우에는 linear interpolation을 사용하여 추정하였으며 spot rates는 제 2 장 제 2 절에서 설명한 boot-strapping을 사용하여 계산하였다. 무위험금리로 treasury rates를 쓰지 않은 이유는 CDS시장에서 무위험금리의 대용치(proxy)로 swap rates를 널리 사용하고 있고 CDS 관련 실증분석 논문[5]에서도 유동성이 상대적으로 낮은 treasury rates를 쓰는 경우 추정오차가 크게 나타나는 결과를 보이기 때문이다.

[4]) Bielecki, Rutkowski, “Credit risk: Modeling, Valuation and Hedging”(2002) p21
[5]) Houweling, Vorst, “An empirical comparison of default swap pricing models”(2002) p35 참조

2. Linear Basket CLN

첫번째 사례인 linear basket CLN 은 각각의 신용사건에 대한 상관관계가 매우 낮다고 볼 수 있으므로 참조자산간 부도상관관계를 고려하지 않는 simple JP Morgan Model 과 Hull and White Model Ⅰ을 사용하여 가격을 평가하였다. 동 거래에서는 CLN 발행자(보장매입자)가 SPV 이고 CLN 투자자(보장매도자) 또한 현금담보를 제공한다는 측면에서 거래상대방 위험은 없는 것으로 가정하였다. 한편 거래시점에서의 무위험금리(swap rate) 기간구조는 Bloomberg 에서 구했으며, 외화채권 유통수익률은 분석의 편의상 당시 거래상대방 투자은행에서 제시한 만기별 CDS par spread(CDS 시장 호가기준)를 사용하였다. 또한 회수율은 Moody's special report(2002)에서 발표한 투자등급 무보증 선순위채의 기대회수율(1982-2001)인 52.48%를 사용하였다.

먼저 simple JP Morgan Model 에 의해 산출한 무위험금리의 spot rates(zeros)와 포항제철 및 한국정부의 risky spot rates 을 보면 <그림 2>와 같다. 그림에서 보는 바와 같이 만기(연간)가 길어짐에 따라 포항제철과 한국정부의 credit spread 는 더 커지는 것을 알 수 있으며 포항제철의 credit spread 가 한국정부의 spread 보다 평균 18bp 정도 크게 나타났다.

이를 통해 포항제철과 한국정부의 연간 누적부도확률을 계산해보면 <표 2>와 같으며 누적부도확률의 기간구조는 <그림 3>과 같이 나타난다.

<표 2>에서 구한 부도확률을 이용하여 CDS spread 를 구해보면 포항제철 0.948%, 한국정부 0.557%로 이를 합산하면 1.506%가 나온다. 여기에 거래당시 미국 AAA 채권의 평균수익률(10 년 만기) 5.85%를 더하면 고정금리기준 linear basket CLN 의 금리는 7.356%로 계산되었다. 이를 변동금리로 나타내기 위해 동 금리를 10 년만기 semi-annual swap rate 로 차감하면 6 개월 Libor 대비 1.624%의 spread 가 최종적으로 계산되었다. 동 거래에서의 실제 spread 인 1.9%에 비하면 27.6bp 낮은 수준이다.

상기 spread 는 실제 거래가격에 비해 낮은 수준으로 이러한 추정오차가 제 2 장에서 언급한대로 기간 부도확률 $PD_{i-1,i}$ 추정시 발생하는 다음과 같은 근사오차 때문에 발생할 가능성을 감안하여 동 근사오차를 조정한 후 CLN spread 를 다시 계산해 보았다.

$$PD_{i-1,i} = 1 - \frac{PND_i}{PND_{i-1}} = \frac{PND_{i-1} - PND_i}{PND_i} > PND_{i-1} - PND$$

계산 결과 CDS spread 는 1.626%(포항제철 0.99%, 한국정부 0.636%), CLN spread 는

1.744%로 거래가격(1.9%)과는 15.6bp 의 차이를 보였다. 즉 실제 거래가격에 근접하는 결과를 보였다

한편 Hull and White(2000) model을 사용하는 경우[6] 포항제철 및 한국정부의 기간별 부도확률은 <표 3> 및 <그림 4 >와 같다.

<표 3>의 누적부도확률을 <표 2>의 simple JP Morgan 모형에 의한 누적부도확률과 비교해 보면 만기가 길어질수록 Hull and White 모형이 simple JP Morgan 모형보다 더 큰 누적부도확률을 나타내는 것을 알 수 있다.

이는 제 2 장에서 언급했듯이 Hull and White(2000) 모형의 경우 coupon bearing bonds 의 가격을 직접 사용하여 부도확률을 산출하는 반면, simple JP Morgan 모형에서는 boot-strapping 을 사용한 zero-coupon bonds 의 가격을 사용하는 데 기인하는 것으로 보인다. 즉 simple JP Morgan 모형에서는 위험채권의 boot-strapping 시 coupon payment 의 상호 독립을 가정하고 risky spot curve 를 산출함으로써 만기별 부도확률간 상관관계를 감안하지 않아 실제 부도확률을 과소평가하고 있는 것으로 판단된다.(<그림 5> 및 <그림 6> 참조)

이에 따라 Hull and White 모형에 의한 CLN spread 는 simple JP Morgan 모형의 경우보다 상대적으로 높게 나타났다. 먼저 CDS spread 를 보면 포항제철 1.022%, 한국정부 0.772%로 이를 합산하면 1.795%가 나온다. 여기에 거래당시 미국 AAA 채권의 평균수익률(10 년 만기)을 더하면 고정금리기준 Linear basket CLN 의 금리는 7.645%로 계산되었다. 이를 변동금리로 나타내면 Libor 대비 1.913%로 실제 거래가격인 1.9%와 거의 비슷하게 나타났다.

Simple JP Morgan 모형과 Hull and White(2000) 모형에 의한 Linear Basket CLN 의 가격 추정결과를 정리하면 <표 4>와 같다.

한편 상기 두 모형에서 회수율은 Moody’s 가 발표한 기대회수율(52.48%)을 사용하였다. 이는 만기별 회수율이 일정하고 과거자료에서 관찰되는 기대회수율이 위험중립 환경하에서의 기대회수율과 동일하다는 가정을 필요로 한다. 그러므로 회수율을 다르게 적용했을 때 두 모형에서의 CLN spread 가 어떻게 달라지는지 확인해 보았는데 그 결과는 <그림 7>과 같다.

그림에서 보는 바와 같이 두 모형 모두 회수율이 0% ~ 60% 사이에 있을 때는 회수율에 따른 CLN spread 가 거의 일정하게 나타나고 있어 회수율 가정에 따른 모형의 결과값이 비교적 안정되어 있다고 판단된다. 그러나 simple JP Morgan 모형에서는 회수율이 상승할수록

[6]) 동 사례분석에서는 실제 외화채권 유통수익률 자료를 사용하지 않고 CDS par spread를 사용하였는데 이 경우 만기별 위험채권의 coupon rate은 CDS par spread와 동일하게 설정하였다.

이에 따른 CLN spread 가 상승(회수율을 0% 및 60%로 가정하는 경우 CLN spread 는 각각 1.63% 및 1.79%로 나타남) 하는 반면, Hull and White(2000) 모형에서는 회수율이 상승할수록 CLN spread 가 하락(회수율을 0% 및 60%로 가정하는 경우 CLN spread 는 각각 1.98% 및 1.88%로 나타남)하는 상반된 모습을 나타내었다.

일반적으로 다른 변수 즉 부도확률 등이 일정하다면 회수율이 상승할수록 contingent payment 가 하락하여 CLN spread 가 하락해야 한다. 그러나 두 모형 모두 회수율이 상승하면 이에 따라 부도확률이 높게 계산되므로 상쇄효과에 의해 CLN spread 가 안정된 값을 나타내는 것으로 분석된다. 다만 simple JP Morgan 모형의 경우 회수율 상승에 따라 부도확률이 증가함으로써 contingent payment 는 일정하게 유지되는 반면, 분모항목의 default premium 이 생존확률 하락으로 감소함에 따라 CLN spread 가 상승하는 것으로 분석된다. 일반적으로 회수율이 1 에 가까워지면 CLN spread 가 0 으로 수렴해야 하므로 기대회수율이 높은 경우에는 simple JP Morgan 모형의 안정성이 떨어지는 것으로 판단된다.

3. Korean Basket Linked Note

두번째 사례인 Korean basket linked note 는 basket 에 있는 reference entity 의 (marginal) 부도확률과 함께 상호간의 부도상관관계를 추정해야 한다. 그러므로 동 사례분석에서는 부도상관관계를 고려한 Hull and White(2000) Model 을 사용하여 CLN 가격을 추정하였다. 동 사례분석에서도 첫번째 사례와 마찬가지로 보장매입자인 SPV 와 보장매도자인 CLN 투자자의 거래상대방 위험은 없는 것으로 가정하였다. 한편 거래시점에서의 무위험금리 기간구조와 reference entity 의 외화채권 유통수익률은 Bloomberg 에서 구했으며, 회수율은 Moody’s special report(2000)에서 발표한 투자등급 무보증 선순위채의 기대회수율인 48.84%를 사용하였다.

먼저 거래 당시(2000. 9) 무위험금리 기간구조와 reference entity 의 외화채권 유통수익률을 살펴보면 <표 5> 및 <표 6>과 같다. 여기서 한국정부의 경우에는 외화채권 유통자료가 제한적이고 통상 외화채권 시장에서 한국산업은행 명의채권과 동일하게 취급(거래당시 S&P long-term foreign issuer 신용등급은 한국정부 및 한국산업은행 모두 BBB)되는 점을 감안하여 한국정부와 한국산업은행을 동일한 reference entity 로 보고 외화채권 유통수익률을 함께 사용하였다.

이를 사용하여 Hull and White(2000) Ⅰ 모형에 의한 reference entity 의 누적부도확률을 구해보면 <표 7>, <표 8> 및 <표 9>와 같다.

이에 따라 Hull and White(2000) Ⅰ 모형에 의한 CDS spread 를 reference entity 별로 보면 한국정부 및 한국산업은행 0.917%, 한국전력 0.863%, 포항제철 1.097%로 나타났다. Reference entity 별 부도상관계수를 0 으로 가정할 경우 동 Korean basket linked note 의 spread 는 상기 reference entity 의 spread 를 합산한 3.727%로 나타난다. 또한 모든 reference entity 간 부도상관계수를 1 로 가정할 경우 포항제철의 spread 인 1.029%가 동 CLN 거래에서의 가격이 될 것이다. 이를 거래당시(2000.9) 시장가격(1.58%)과 비교해 보면 실제 거래시에는 reference entity 간 부도상관관계를 상당히 높게 적용했음을 알 수 있다.

다음으로 부도상관관계를 고려한 Hull and White(2000) Ⅱ 모형을 적용하기 위하여 먼저 reference entity의 creditworthiness에 대한 default barrier를 다음과 같이 구하였다. Hull and White 논문에서는 creditworthiness $X_j(t)$ 가 wiener process를 따르는 점을 감안하여 기간별 순간부도확률을 사용하여 default barrier를 numerical하게 구하는 방법을 제시하고 있다.[7] 그러나 본 논문에서는 $X_j(t)$ 의 stochastic process에 따른 생존확률을 직접 default barrier에 대응시켜 구하는 방법을 이용하였다. $X_j(t)$ 는 추세가 없고(zero drift) 분산이 1 인 wiener process를 따르므로 $X_j(t) = W_j(t)$ 이 성립한다.

일반적으로 $Y(t) = at + bW(t)$ 의 stochastic process를 따르는 경우(a, b는 일정) 생존확률은 Musiela and Rutkowski(1998)에 따라 다음과 같이 구해진다.[8]

$$P[Y_s > y, \forall s < t] = N(\frac{at - y}{b\sqrt{t}}) - e^{2ay/b^2} N(\frac{at + y}{b\sqrt{t}})$$

이 결과를 $X_j(t)$ 에 이용하면 $a = 0,\ b = 1$ 이므로 생존확률은 다음과 같이 구해진다.

$$P[X_{ij} > x, \forall i < t] = N(\frac{-x}{\sqrt{t}}) - N(\frac{x}{\sqrt{t}}) \quad 0 \le t \le T$$

Hull and White(2000) 모형에 의하여 기간별 누적생존확률을 구할 수 있으므로 위 식을

---

[7]) Hull and White, “Valuing credit default swaps Ⅱ: Modeling default correlations” (2000), Journal of derivatives, p7~9 참조
[8]) Christopher C. Finger, “CreditGrades™ Technical document”(2002), RiskMetrics Group

이용하여 각 기간마다의default barrier x를 구하면 <그림 8>과 같이 나타난다. 그림에서 보는 바와 같이 채권시장에서 일반적으로 관찰되는 초기 잔존만기에서의 부도확률을 표현할 수 있어 전통적인 구조모형에서의 단점을 극복할 수 있다[9]

한편 reference entity 간 $X_j(t)$의 상관관계는 과거 주가자료를 이용하여 산출하였다. 그러나 한국산업은행의 경우 상장되어 있지 않아 동종업종(은행업) 정부출자기업이면서 상장되어 있는 중소기업은행의 주가를 대용치로 사용하였다. 한국정부의 경우 Hull and White(2000) Ⅱ에서는 환율을 대용치로 제시하였으나 실제 상관관계를 분석한 결과 다른 reference entity 주가와의 상관관계가 거의 나타나지 않아 분석대상에서 제외하였다.

중소기업은행, 한국전력, 포항제철의 1999. 1.28 ~ 2000. 9.29 까지의 주가에 대한 기초통계량과 상관계수는 <표 10> 및 <표 11>에 제시하였다. 표에서 보는 바와 같이 세 기업의 주가 상관계수는 0.7~0.8 사이로 나타나는 것을 알 수 있다.

지금까지 구한 default barrier 와 주가상관계수를 사용하여 Monte Carlo simulation 을 실시하였다. 이때 한국정부와 한국산업은행은 부도상관관계가 1 인 것으로 가정하고 한국산업은행(대용치로 중소기업은행), 한국전력, 포항제철 등 3 개 기업의 creditworthiness 의 경로를 simulation 함으로써 CLN spread 를 구하였다. 먼저 $X_j(t)$ 간 상관관계를 반영한 random variable 을 생성하기 위해서는 촐레스키 분해가 필요하다. 그리고 시간간격을 월 단위로 나누어 5 년동안 60 번의 node 를 지나가도록 simulation 을 설계하였다. 이때 각 시점마다의 $X_j(t)$의 path 를 $X_j(t-1)+\varepsilon\sqrt{\Delta t}$($\varepsilon$ 는 상관관계를 반영하는 multivariate 정규분포에서 생성되는 random variable) 로 만들어 내고 동 경로가 default barrier 이하로 하락하지 않는 이상 CLN 이자가 계속 지급되도록 하고, 일단 default barrier 이하로 하락하면 CLN 이자에 대한 미수이자분과 보장매도자가 부담하는 contingent payment 를 계산한 후 계약이 만료되도록 하였다. Simulation 이 끝나면 지급이자와 contingent payment 의 평균을 이용하여 CDS spread 를 산출함으로써 CLN 가격을 계산하였다. 또한 reference entity 간 부도상관계수도 함께 계산되도록 하였다. Simulation software 는 Decisioneering 사의 Crystal Ball 2000 을 사용하였으며 총 simulation 횟수(trials)는 10,000 번으로 하였다.

<표 12>는 과거자료에서 얻어진 상관계수를 사용하여 simulation 한 결과이다. 표에서 보는 바와 같이 부도상관계수가 매우 낮게 나오고 CLN spread 는 3.160%가 나왔다. 이는 reference entity 의 부도확률이 낮은 데다 주가에서 얻어지는 자산상관계수(asset correlation)가

[9]) Duffie and Lando (1997)는 전통적인 구조모형에서는 최초 만기에서의 부도확률이 0이 되는 점을 문제점으로 제기하였다.

작은데 기인한 것으로 보인다.

실제 거래시에는 reference entity 간 부도상관관계를 매우 높게 설정한 것으로 추정되므로 자산상관관계를 높게 설정했을 때 어떤 결과가 나오는지 simulation 을 해 보았다. <표 13>은 reference entity 간 자산상관계수를 각각 0.8, 0.9, 0.95, 0.99 로 일정하다고 가정하고 simulation 을 해 본 결과이다. (단, 한국정부와 한국산업은행의 경우에는 부도상관계수가 1 이라고 가정하고 하나의 reference entity 로 simulation 하였다.)

상기 결과를 분석해 보면 Hull and White(2000) Ⅱ 모델에 근거하였을 때 실제 거래시에는 reference entity 간 자산상관계수를 1 에 가깝게 가정한 것으로 판단된다. 즉 reference entity 간 자산상관계수를 0.99 로 설정할 경우 부도상관계수가 41.63%~43.18%%로 나오고 CLN spread 는 2.026%로 나와 실제 거래가격(1.58%)에 근접해 지는 것을 볼 수 있다.

그러나 자산상관계수가 1 에 가까워지더라도 부도상관계수와 CLN spread 는 일정 수준 이내에서 변화하는 것을 알 수 있다. <그림 9>에서 보는 바와 같이 reference entity 간 자산상관계수가 높아질 수록 부도상관계수도 상승하지만 0.5 이상으로는 상승하지 않음을 알 수 있다. 그리고 <그림 10>에서 보는 바와 같이 자산상관계수가 높아질수록 CLN spread 도 하락하지만 2% 이하로는 하락하지 않음을 알 수 있다. 그러므로 Hull and White(2000) 모형이 적합하다고 가정하는 경우 동 Korean Basket Linked Note 의 거래당시(2000. 9) 시장가격은 최소한 2% 수준으로 형성되었어야 할 것으로 추정된다.

한편 회수율을 다르게 적용했을 때 CLN spread 가 어떻게 달라지는지 확인해 보았다. 이때 자산상관계수는 0.99 로 설정하였으며 각기 다른 회수율을 적용했을 때 개별 reference entity 의 누적생존확률을 구하고, 이에 따른 default barrier 를 산출한 다음, 해당 회수율에 따른 CLN spread 를 Monte Carlo simulation 을 통해 구해 보았다(trial : 10,000). 분석 결과를 보면 <그림 11>에서와 같이 10% ~ 50% 회수율 구간에서 CLN spread 가 비교적 안정된 결과를 보이고 있다. 이때 시장거래가격(1.58%)과 근사한 결과를 보이는 회수율은 80% 수준인 것으로 나타났다.

그러므로 지금까지의 분석결과를 토대로 거래당시 내재 자산상관계수(implied asset correlation)와 내재 회수율(implied recovery rate)을 동 모형에 의해 추정해 보면 각각 0.99 와 80% 수준인 것으로 나타났다.

Ⅳ. 결 론

1. 연구의 결과 및 의의

simple JP Morgan 모형과 Hull and White(2000) 모형을 사용하여 국내에서 거래된 CLN 가격을 평가해 본 결과를 정리하면 다음과 같다.

첫째, 부도상관관계를 고려할 필요가 적은 CLN 의 경우 Hull and White(2000) Ⅰ 모형과 simple JP Morgan 모형 모두 실제 시장가격과 유사한 가격을 제시하였다. 그러므로 두 모형 모두 국내 신용파생상품 시장에서 적용 가능할 것으로 기대된다. 그러나 Hull and White(2000) 모형은 위험채권의 기간별 부도확률사이의 상관관계를 고려하고 있고 회수율 가정에 대해 상대적으로 안정된 가격을 제시하는 특성이 있어 simple JP Morgan 모형에 비해 CLN 가격을 보다 적절히 평가하는 것으로 판단된다.

둘째, 부도상관관계를 고려한 Hull and White(2000) Ⅱ 모형은 자산상관관계를 과거 주가자료를 이용해 추정하는 경우 CLN 가격을 과대평가하는 것으로 나타났다. 그리고 동 모형을 사용하여 추정된 Korean basket linked notes 의 내재 자산상관계수(implied asset correlation)와 내재 회수율(implied recovery rate)은 각각 0.99 및 80% 인 것으로 나타났다. 또한 자산상관계수가 1 에 가까워지더라도 부도상관계수는 0.5 를 넘지 않았으며 CLN spread 도 2% 이하로는 하락하지 않았다.

본 논문은 국내에서 거래된 신용연계채권(CLN)에 대해 처음으로 사례분석을 시도했다는데 의의가 있다고 할 수 있다. 특히 실무에서 활용되지 않는 이론적인 접근방식이나 이론적인 기반이 미약한 실무적인 접근방식을 배제하고 최근 해외 신용파생상품 시장에서 널리 활용되고 있는 모형을 가지고 CLN 가격평가를 시도해 보았다.

2. 연구의 한계 및 과제

본 연구의 한계 및 과제를 정리하면 다음과 같다.

첫째, 국내 신용파생상품시장이 아직 활성화되지 못해 관련 거래자료에 대한 충분한 분

석을 할 수 없었다. 이로 인해 2 건의 사례분석을 통해 얻어진 결과가 다른 거래에서도 동일하게 나타난다고 보기에는 어렵다고 할 수 있다.

둘째, 본 논문에서 사용한 simple JP Morgan모형과 Hull and White(2000) 모형은 실제 신용파생상품시장에서 사용하는 모형과는 차이가 있을 수 있다. 예를 들어 JP Morgan은 누적부도확률 계산시 보다 다양한 모델을 혼용하여 쓰는 것으로 알려져 있으며 부도상관관계도 자산상관관계와 신용등급의 transition matrix를 사용하여 신용파생상품 가격에 반영하는 것으로 알려져 있다. 또한 해외 신용파생상품시장에서는 Hull and White(2000) 모형에 의한 CDS spread가 시장가격보다 일반적으로 높게 나오는 경향이 있어 회사채 수익률에서 일정 수준의 유동성 프리미엄을 차감하여 사용하는 것으로 알려져 있다.[10]

셋째, 부도상관관계를 반영하기 위해 사용된 자산상관계수의 추정방식에 문제가 있는 것으로 판단된다. 사례분석에서처럼 과거 주가상관계수를 사용하는 경우 부도상관관계가 시장가격에서 추정되는 수준까지 충분히 높게 나타나지 않았다. 이는 주가가 해당 기업의 신용위험만을 반영하는 것은 아니라는 측면과 함께 Korean basket linked note 의 거래당시(2000 년 9 월말) 경제상황에 대한 불확실성을 반영하지 못했기 때문으로 생각된다. 그러므로 향후 연구에서는 자산상관관계 추정방식에 대한 다른 접근방식이 필요하다고 판단된다.

넷째, 신용파생상품의 참조자산이 sovereign debt 에서 일반 제조기업 회사채로 급속히 변화하고 있어 향후에는 일반적인 구조모형에 의한 부도상관관계 추정이 필요할 것으로 판단된다. Hull and White(2000) 모형은 추상적인 creditworthiness 를 도입하고 이 변수가 표준 wiener process 를 따른다고 가정함으로써 일반적인 구조모형에서 사용하는 부채비율 등의 구조변수를 감안하지 않고 있다.

다섯째, 향후 신용파생상품 가격결정을 위해서는 원화 채권시장 및 신용등급 정보 등을 활용한 다양한 접근방법이 필요할 것이다. 최근 국내 CLN 거래현황을 보면 basket 을 구성하는 reference entity 에 외화채권 발행실적이 없는 국내기업이 포함되고 있다. 또한 기존의 투자등급 채권 뿐만 아니라 향후에는 고수익채권 또는 신용등급이 없는 채권도 참조자산에 포함될 가능성이 있다. 전자의 경우에는 원화채권 유통수익률 또는 신용등급별 전이행렬을 사용하고, 후자의 경우에는 일반적인 구조모형에 의해 접근해야 할 것이다. 특히 원화채권 유통수익률을 쓰는 경우에는 유동성이 풍부한 달러 swap 금리와는 달리 bench mark 이 되는 무위험금리 기간구조에서 추정오차가 발생할 수 있으므로 무위험금리 기간구조에 대한 별도의 모형화가 필요할 것이다.

---

[10]) Bloomberg 에서는 AAA 회사채 단기수익률과 swap rate의 차이를 유동성 프리미엄의 대용치로 제시하고 있으며, 일반적으로 0~25bp 수준으로 나타난다.

< 참고문헌 >

고용식, “신용파생금융상품의 국내 금융기관에서의 취급현황 및 활용방안”, 한국과학기술원 석사학위논문, 1998.

김동진, “신용파생금융상품 및 이를 이용한 신용위험관리: 은행을 중심으로”, 한양대학교 국제금융대학원 석사학위 논문, 2000.

김인준, 변석준, 윤창현, “역외펀드를 이용한 파생금융상품 기법에 관한 연구: 다이아몬드펀드를 중심으로”, 재무관리연구, 15(2), 1998, 55-80.

김형태, 이준희, “신용파생상품에 관한 연구”, 한국증권연구원 연구보고서, 2000.

오규택, 신성환, “다이아몬드펀드의 파생상품 거래손실 사례분석”, 한국재무학회 춘계학술발표회, 1998.

유소라, “신용파생상품의 상품구조 및 가격결정에 관한 문헌연구”, 이화여자대학교 대학원 석사학위논문, 2001.

장병구, “신용파생상품을 이용한 신용위험 관리방법에 관한 연구”, 한국과학기술원 석사학위 논문, 1998.

정인상, “금융기관에서의 신용파생상품 활용방안에 관한 연구”, 한국과학기술원 석사학위 논문, 1999.

Bielecki, Rutkowski, “Credit risk: Modeling, valuation and hedging”, Springer, 2002.

Black and Cox, “Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions”, Journal of finance, 31, 1976, 351-367.

Cossin, Hricko, Aunon-Nerlin, and Huang, “Exploring for the determinants of credit risk in credit default swap transaction data: Is fixed-income markets’ information sufficient to evaluate credit risk?”, working paper, University of Lausanne, 2002.

Das and Sundaram, “A discrete-time approach to arbitrage-free pricing of credit derivatives”, Management science, 46(1), 2000, 46-62.

Duffie, “Credit swap valuation”, Financial analysts journal, Jan./Feb., 1999, 73-87.

Duffie and Dauphine, “First-to-default valuation”, working paper, Stanford university, 1998.

Duffie and Singleton, “Modeling term structures of defaultable bonds”, Review of financial studies, 12, 1999, 687-719.

Duffie and Singleton, “Simulating correlated defaults”, working paper, Stanford university, 1999.

Finger, “CreditGrades™ Technical document”, RiskMetrics Group, 2002.

Houweling and Vorst, “An empirical comparison of default swap pricing models”, working paper, Rabobank international, 2002.

Hull and White, “Valuing credit default swap Ⅰ: No counterparty default risk”, Journal of derivatives, 8(1), 2000, 29-40.

Hull and White, “Valuing credit default swap Ⅱ: Modeling default correlation”, Journal of derivatives, 8(3), 2000, 12-22.

Jarrow and Turnbull, “Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk”, Journal of finance, L(1), 1995, 53-85.

Jarrow and Yildirim, “Valuing default swaps under market and credit risk correlation”, Journal of fixed income, Mar., 2002, 7-19.

Kang and Kim, “Pricing credit spread options under a Markov chain model with stochastic default rate”, working paper, KAIST, 2003.

Kim, Ramaswamy and Sundaresan, “Does default risk in coupons affect the valuation of corporate bonds?” Financial management, 22(3), 1993, 117-131.

Longstaff and Schwartz, “A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt”, Journal of finance, 50, 1995, 789-819.

Mashal and Naldi, “Pricing multiname credit derivatives: Heavy tailed hybrid approach”, working paper, Columbia business school, 2001.

Schönbucher, “A tree implementation of a credit spread model for credit derivatives”, working paper, Bonn university, 1999.

Zhou, “An analysis of default correlations and multiple defaults”, Review of financial studies, 14(2), 2001, 555-576.

<표 1> 국내 Credit Linked Notes 거래사례

채권명	Linear Basket CLN	Korean Basket Linked Note
투자시기	2002. 2	2000. 9
만기	10 년	5 년
표시통화	미달러화	미달러화
금액	USD 20,000,000	USD 30,000,000
이자율	Libor + 190bp	Libor + 158bp
이자지급방법	연 2 회	연 2 회
reference entity	한국정부, 포항제철	한국정부, 한국산업은행, 한국전력, 포항제철
신용사건	ISDA 표준안	ISDA 표준안

<표 2> 한국정부 및 포항제철의 기간별 누적부도확률 비교
(simple JP Morgan Model)

만기(연)	한국정부	포항제철
1	0.62%	1.03%
2	2.29%	3.09%
3	3.88%	5.02%
4	5.99%	7.44%
5	6.90%	9.74%
6	10.39%	10.97%
7	12.26%	12.13%
8	14.98%	16.08%
9	17.40%	19.70%
10	19.62%	22.75%

주 : simple JP Morgan 모형을 사용하여 한국정부 및 포항제철의 기간부도확률을 구하고 이를 토대로 누적부도확률을 산출

<표 3> 한국정부 및 포항제철의 기간별 누적부도확률 비교**(Hull and White Ⅰ)**

만기(연)	한국정부	포항제철
1	0.47%	0.88%
2	2.52%	3.32%
3	4.54%	5.72%
4	7.03%	8.56%
5	8.41%	11.35%
6	12.93%	13.87%
7	14.97%	15.28%
8	18.93%	20.37%
9	22.32%	24.93%
10	25.50%	29.01%

주 : Hull and White(2000) Ⅰ모형을 사용하여 한국정부 및 포항제철의 순간부도확률을 구하고 이를 토대로 누적부도확률을 산출

<표 4> Linear Basket CLN 의 가격 추정결과

	Simple JP Morgan(1)	Simple JP Morgan(2)	Hull and White Ⅰ
CDS spread (한국정부) (포항제철)	1.506% (0.557%) (0.948%)	1.626% (0.636%) (0.990%)	1.795% (0.772%) (1.022%)
AAA 평균수익률	5.850%	5.850%	5.850%
CLN spread (고정금리기준)	**1.624%** (7.356%)	**1.744%** (7.476%)	**1.913%** (7.645%)

주 : 1) CLN spread : CDS spread + AAA 평균수익률(10 년만기)

- 6 개월 Libor 에 연계된 10 년만기 금리스왑 rate(ask price : 5.732%)

2) simple JP Morgan(1)은 기간부도확률 근사오차 조정 전, simple JP Morgan(2)은 기간부도확률 근사오차 조정 후 수치임

3) Linear Basket CLN 의 발행당시(2002. 2) 시장가격 : 6 개월 Libor 대비 1.9%

<u><표 5> 무위험금리의 기간별 만기구조(2000. 9 말 현재)</u>

만기(연)	0.5	1	2	3	4	5
Swap rate	6.76%	6.81%	6.76%	6.77%	6.80%	6.83%

주 : 6 개월 Libor 대비 금리스왑 rate(ask price), 자료 : Bloomberg

<u><표 6> Reference entity의 외화채권 유통수익률(2000. 9 말 현재)</u>

발행자	만기	거래일	상환일	**Coupon rate**	**Yield**	가격
한국산업은행	1.07	08/23/00	09/17/01	7.13%	7.43%	99.69
한국산업은행	2.16	09/18/00	11/15/02	6.50%	7.36%	98.30
한국정부	2.55	09/28/00	04/15/03	8.75%	7.44%	102.97
한국산업은행	3.15	09/28/00	11/21/03	6.63%	7.62%	97.27
한국산업은행	3.57	09/28/00	04/22/04	7.13%	7.77%	98.02
한국산업은행	3.97	09/28/00	09/17/04	7.38%	7.79%	98.59
한국산업은행	4.05	09/18/00	10/06/04	8.09%	7.73%	101.22
한국산업은행	5.18	09/28/00	12/01/06	6.75%	7.83%	95.46
한국산업은행	5.63	09/28/00	05/15/06	7.25%	7.87%	97.20
한국정부	7.55	09/28/00	04/15/08	8.88%	7.97%	105.03

발행자	만기	거래일	상환일	**Coupon rate**	**Yield**	가격
한국전력	0.64	08/11/00	04/01/01	10.00%	7.34%	101.58
한국전력	0.84	09/28/00	08/01/01	5.00%	7.91%	97.76
한국전력	1.76	09/28/00	07/01/02	8.00%	7.60%	100.63
한국전력	2.01	09/28/00	10/01/02	7.00%	7.65%	98.82
한국전력	3.18	09/28/00	12/01/03	6.38%	7.72%	96.29
한국전력	4.46	09/28/00	03/15/05	8.25%	7.87%	101.39
한국전력	12.51	09/28/00	04/01/13	7.75%	8.42%	94.87
한국전력	15.51	09/28/00	04/01/16	7.40%	8.14%	93.58
한국전력	26.34	09/28/00	02/01/27	7.00%	7.55%	93.75
한국전력	26.84	09/28/00	08/01/27	6.75%	7.04%	96.53
포항제철	1.84	09/28/00	08/01/02	7.50%	7.66%	99.72
포항제철	2.76	09/28/00	07/01/03	6.63%	7.78%	97.19
포항제철	3.80	09/28/00	07/15/04	7.13%	7.93%	97.39
포항제철	4.63	09/28/00	05/15/05	7.38%	7.99%	97.65
포항제철	6.09	09/28/00	11/01/06	7.13%	8.05%	95.62

주 : 1) 이자지급은 연 2 회(semi-annual), “한국전력 08/01/01”은 연 1 회

2) 자료 : Bloomberg

<표 7> 한국정부의 기간별 누적부도확률(Hull and White Ⅰ)

만기	순간부도확률	기간부도확률	누적부도확률
0.97	1.17%	1.13%	1.13%
2.13	1.04%	1.20%	2.33%
2.55	1.71%	0.71%	3.05%
3.15	2.95%	1.77%	4.81%
3.57	4.07%	1.71%	6.52%
3.97	2.16%	0.87%	7.39%
5.18	1.64%	1.97%	9.36%

주 : 1) 순간부도확률(default probability density)은 Hull and White 모형에 의한 0 시점에서 본 무조건부 density 이며 t 시점과 t-1 시점 구간(Δt) 내에서 일정하다고 가정

2) 기간부도확률 : 순간부도확률×Δt

3) 누적부도확률 : 기간부도확률의 누적합계

4) 한국정부에는 한국산업은행 포함

<표 8> 한국전력의 기간별 누적부도확률(Hull and White Ⅰ)

만기	순간부도확률	기간부도확률	누적부도확률
0.51	1.06%	0.54%	0.54%
0.84	3.69%	1.23%	1.77%
1.76	0.94%	0.86%	2.63%
2.01	2.27%	0.57%	3.20%
3.18	1.93%	2.25%	5.45%
4.46	2.34%	3.02%	8.47%

주 : 1) 순간부도확률(default probability density)은 Hull and White 모형에 의한 0 시점에서 본 무조건부 density 이며 t 시점과 t-1 시점 구간(Δt) 내에서 일정하다고 가정

2) 기간부도확률 : 순간부도확률×Δt

3) 누적부도확률 : 기간부도확률의 누적합계

<표 9> 포항제철의 기간별 누적부도확률(Hull and White Ⅰ)

만기	순간부도확률	기간부도확률	누적부도확률
1.84	1.65%	3.03%	3.03%
2.76	2.37%	2.17%	5.20%
3.80	2.59%	2.69%	7.89%
4.63	2.41%	2.01%	9.90%
6.09	2.13%	3.11%	13.01%

주 : <표 8>과 동일

<표 10> **Reference entity** 의 주가에 대한 기초통계량

	중소기업은행	한국전력	포항제철
Mean	5.820246	30.71882	95.44376
Median	4.710000	29.97000	94.00000
Maximum	13.62000	43.73000	149.0300
Minimum	2.280000	21.68000	42.86000
Std. Dev.	2.905498	4.898383	26.69341
Skewness	0.916800	0.546828	-0.106163
Kurtosis	2.655128	2.650653	2.065097
Jarque-Bera	59.03235	22.35326	15.58684
Probability	0.000000	0.000014	0.000412
Observations	407	407	407

주 : 주가는 일별 종가기준이며 달러화로 바꾸기 위하여
해당일의 원/달러 기준환율로 나누었다.

<표 11> **Reference entity** 의 주가상관계수

	중소기업은행	한국전력	포항제철
중소기업은행	1.000000	0.781910	0.705905
한국전력	0.781910	1.000000	0.773254
포항제철	0.705905	0.773254	1.000000

<표 12> Monte Carlo simulation 결과(initial asset correlation)

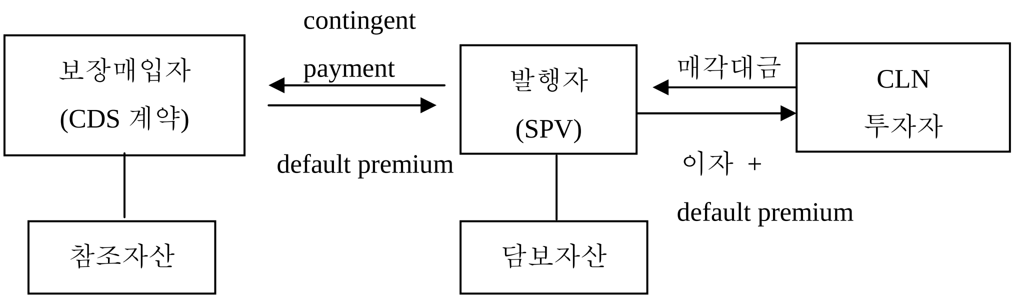
부도상관계수(한국정부, 한국전력)	1.62%
부도상관계수(한국정부, 포항제철)	-0.96%
부도상관계수(한국전력, 포항제철)	0.85%

CLN spread	
a. CDS spread	3.227%
b. AAA yield	6.760%
c. Fixed rate(a+b)	9.987%
d. Swap rate	6.827%
e. Libor 대비(c-d)	3.160%

<표 13> 자산상관계수 변화에 따른 Monte Carlo simulation 결과

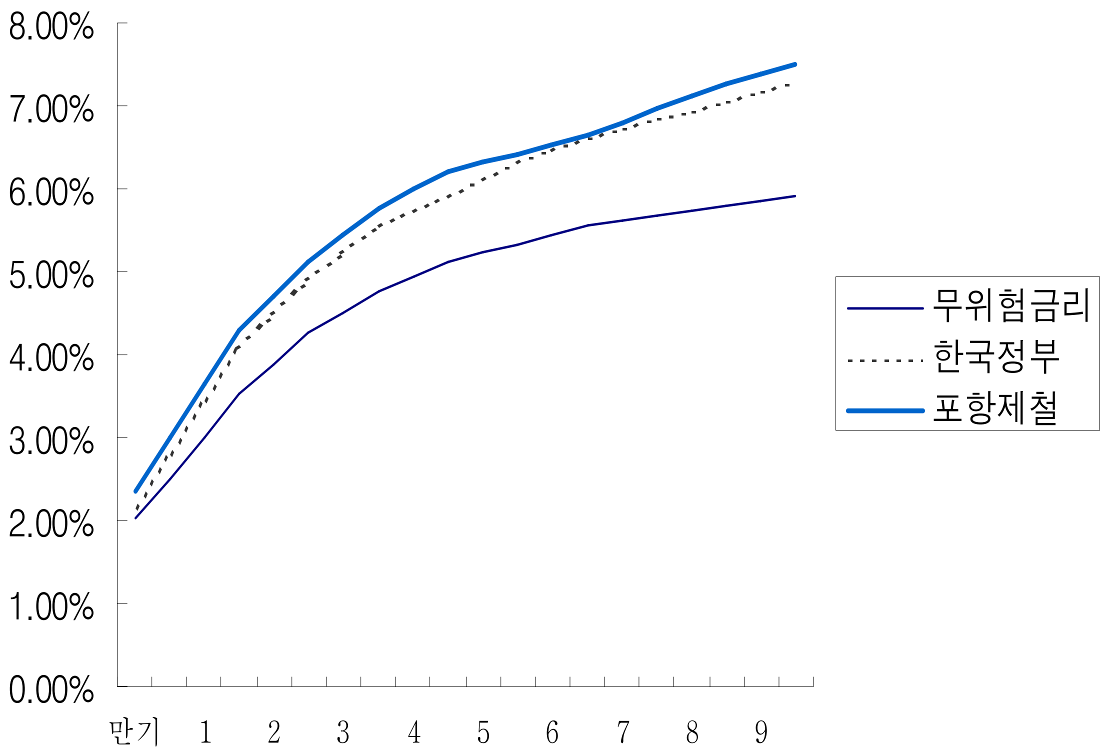
자산상관계수	부도상관계수			CLN Spread (Libor+)
	한국정부/ 한국전력	한국정부/ 포항제철	한국전력/ 포항제철	
초기값	1.62%	-0.96%	0.85%	**3.160%**
0.80	3.76%	5.28%	1.24%	**3.018%**
0.90	12.48%	15.81%	10.35%	**2.714%**
0.95	22.94%	24.96%	19.87%	**2.403%**
0.99	42.76%	43.18%	41.63%	**2.026%**

<그림 1> CLN의 거래구조



<그림 2> Zeros와 한국정부 및 포항제철의 risky spot curve 비교

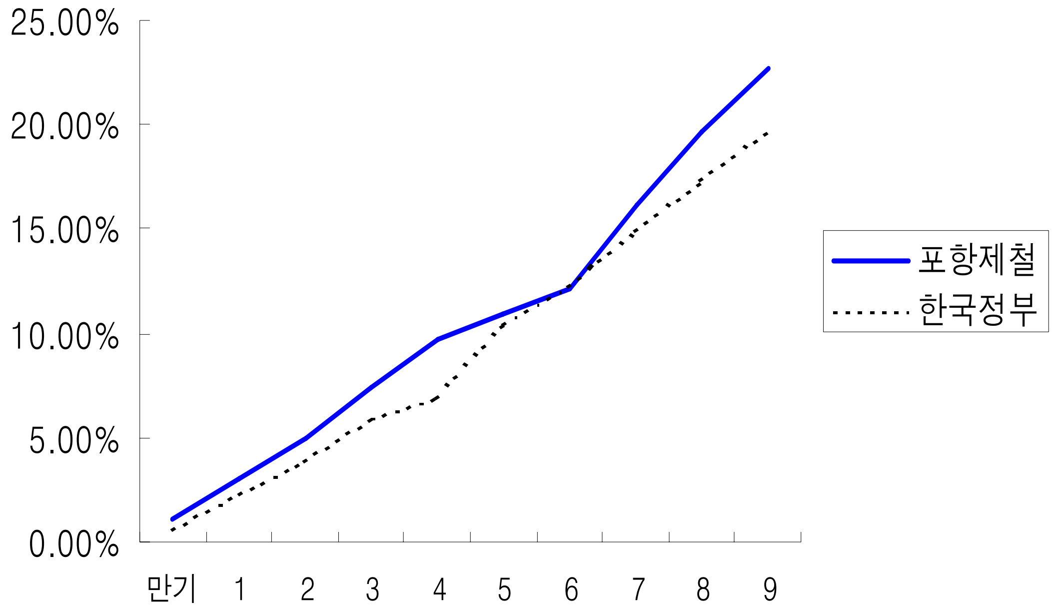
(simple JP Morgan model)



주 : 무위험채권과 위험채권(한국정부, 포항제철)의 spot rate은 boot strapping에 의해 산출하였다. 만기는 연 단위이며 포항제철과 한국정부의 credit spread가 만기에 따라 커지는 것을 알 수 있다.

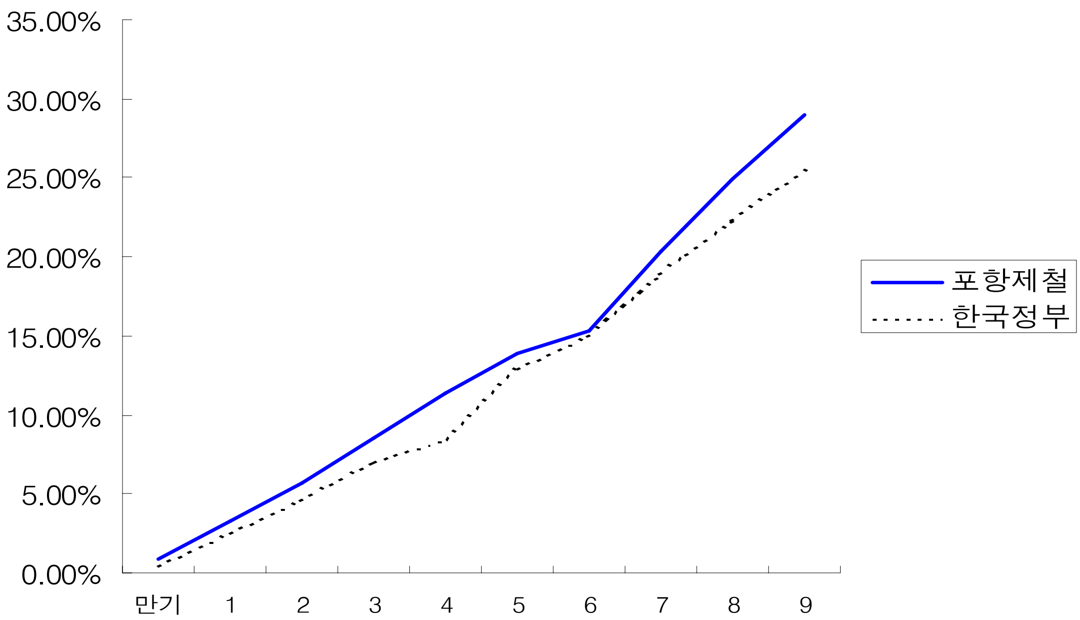
<그림 3> 한국정부 및 포항제철의 누적부도확률 기간구조 비교

(simple JP Morgan model)



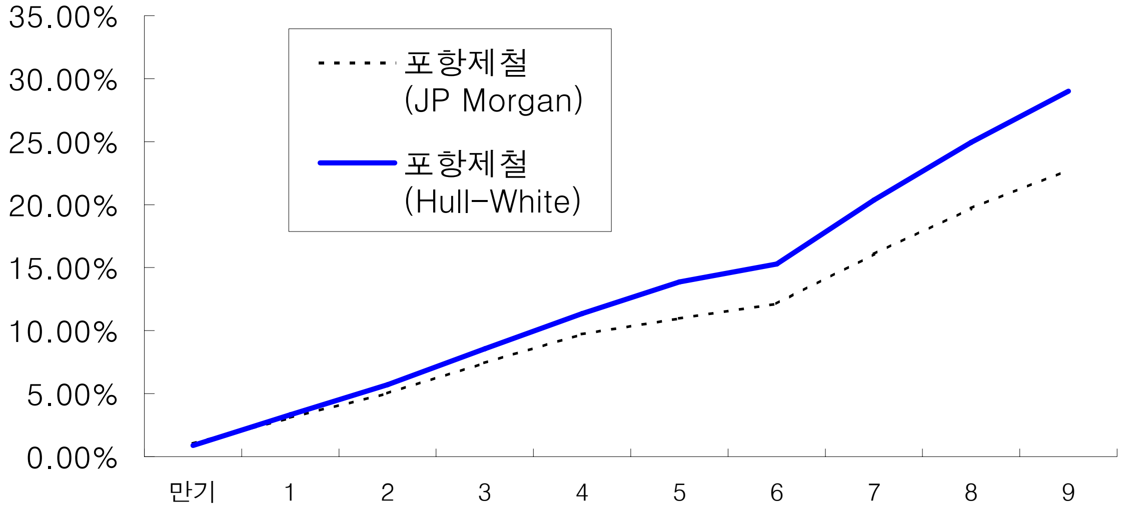
<그림 4> 한국정부 및 포항제철의 누적부도확률 기간구조 비교

(Hull and White Ⅰ)

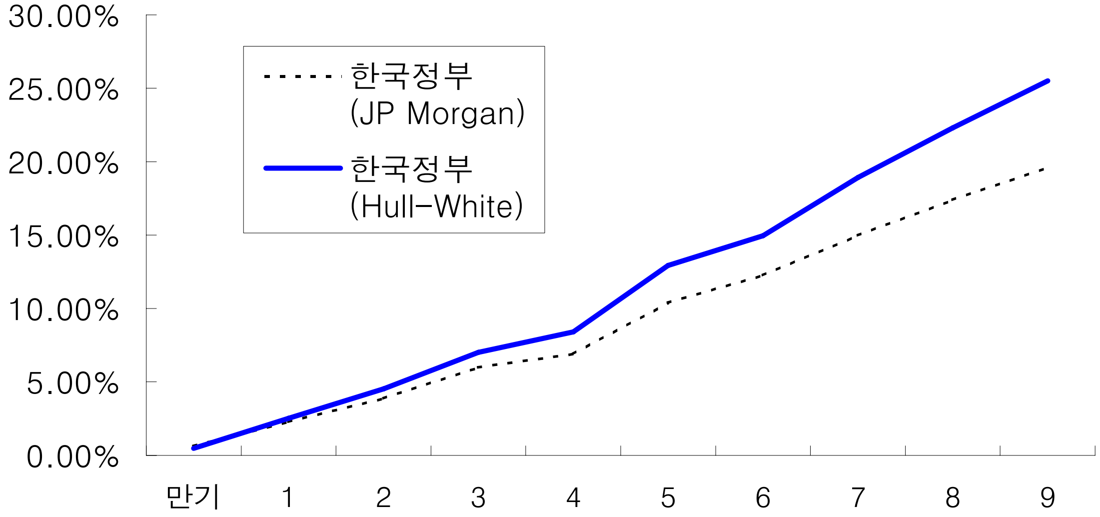


주 : Hull and White(2000) Ⅰ모형을 사용하여 한국정부 및 포항제철의 순간부도확률을 구하고 이를 토대로 누적부도확률을 산출

<그림 5> **Simple JP Morgan 과 Hull and White Ⅰ** 모형에 의한
포항제철의 누적부도확률 기간구조 비교

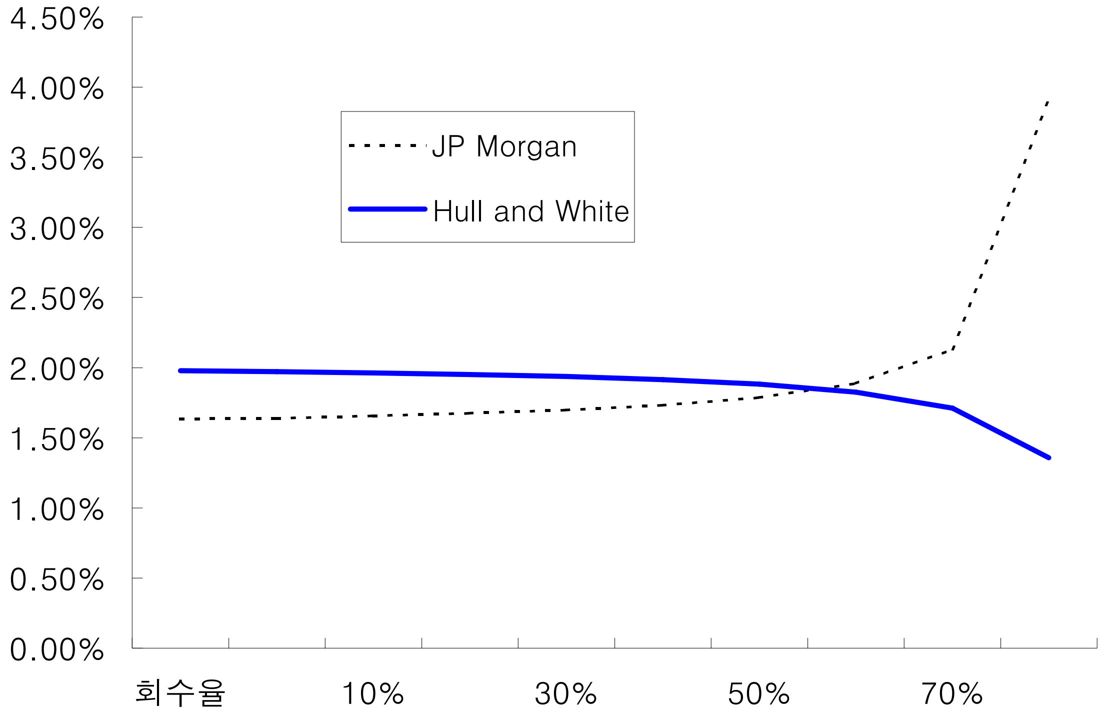


<그림 6> **Simple JP Morgan 과 Hull and White Ⅰ** 모형에 의한
한국정부의 누적부도확률 기간구조 비교



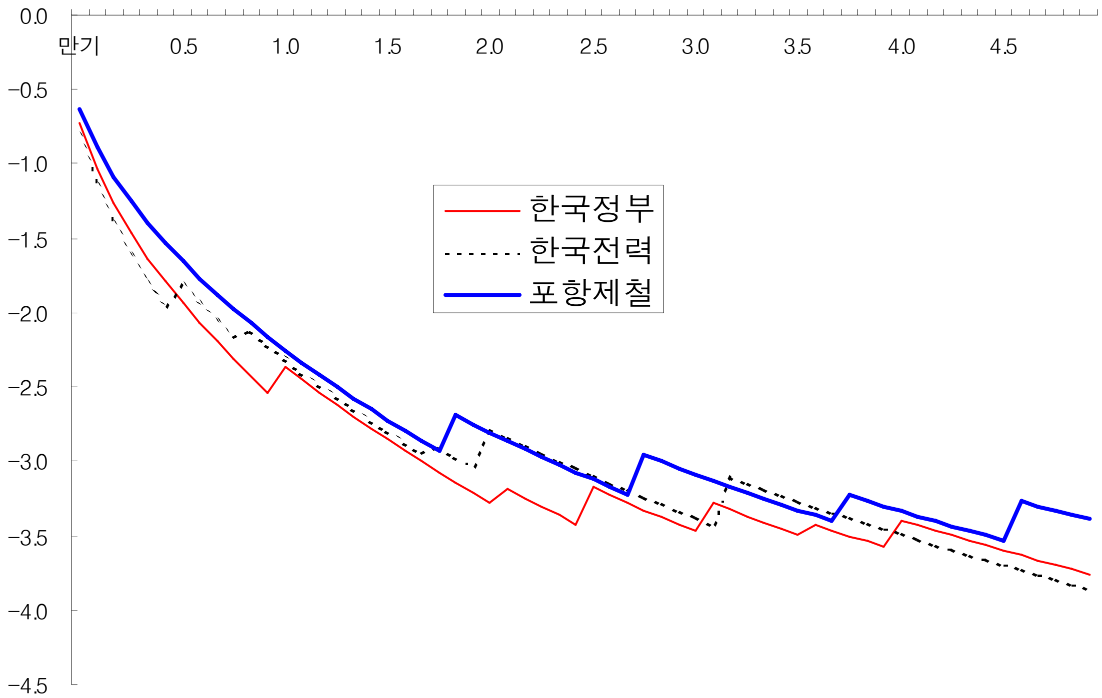
주 : <표 2>의 simple JP Morgan 모형에 의한 누적부도확률과 <표 3>의 Hull and With(2000) Ⅰ 모형에 의한 누적부도확률을 비교하면 만기가 길어질수록 simple JP Morgan 모형이 상대적으로 부도확률을 과소평가하고 있다.

<그림 7> 회수율 변화에 따른 CLN spread 변화



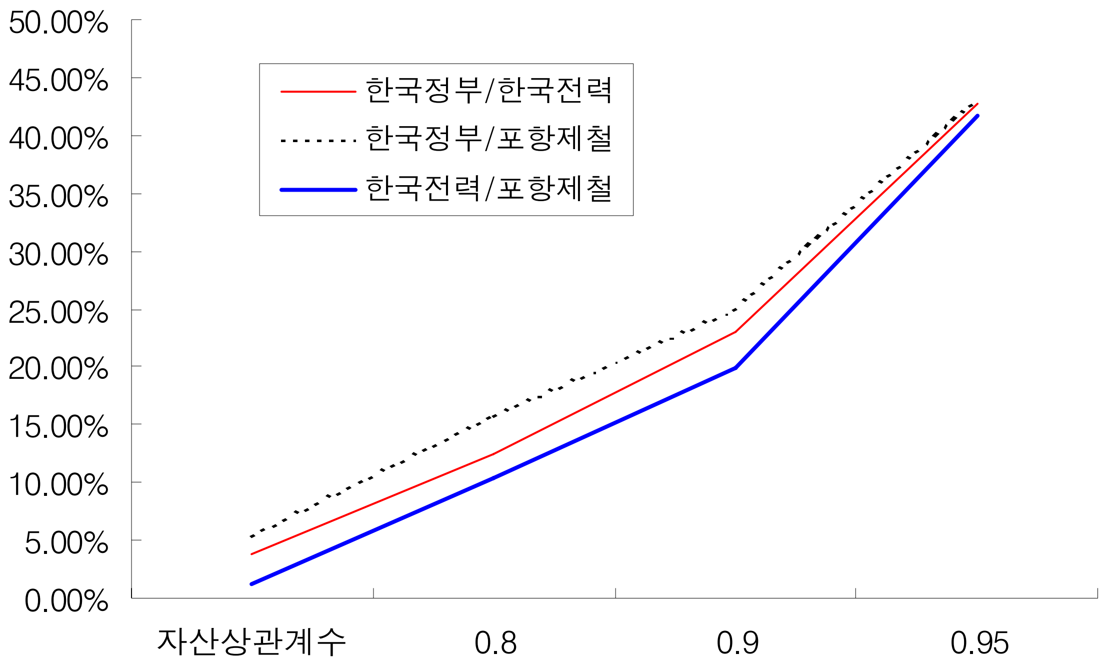
주 : 기대회수율 가정을 0%~90%로 달리 적용했을 경우 CLN spread 를 구한 결과이다. simple JP Morgan 모형과 Hull and White(2000) 모형 모두 0%~60% 기대회수율 구간 내에서 안정된 CLN spread 를 나타내었으나 simple JP Morgan 모형의 경우 기대회수율 상승시 CLN spread 도 함께 상승하는 것으로 나타나 안정성이 상대적으로 떨어진다.

<그림 8> Reference entity 의 default barrier(Hull and White Ⅱ)



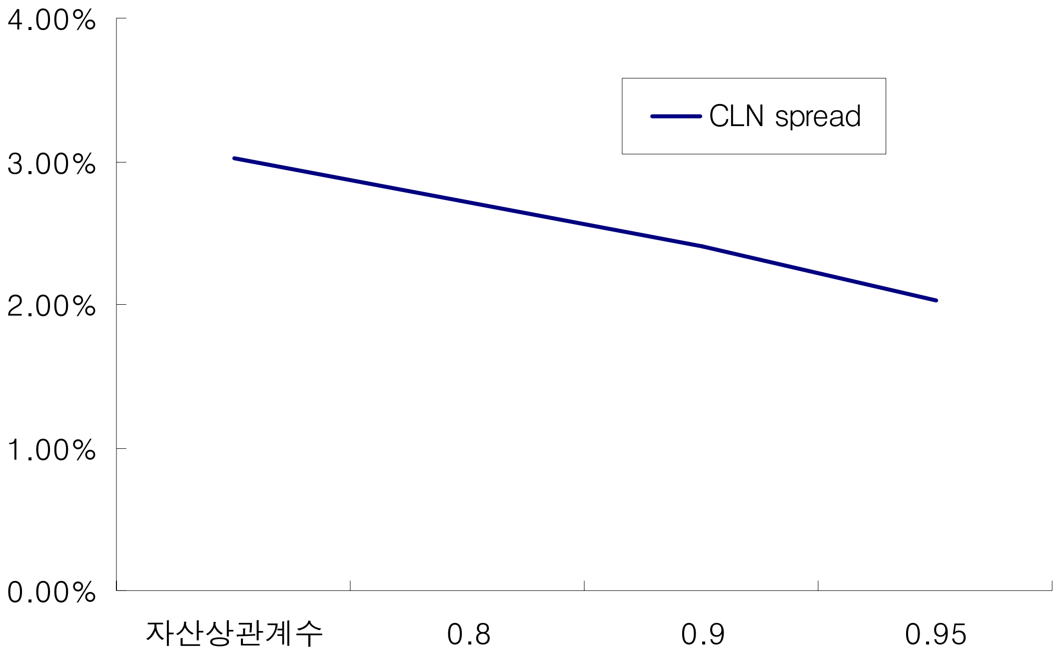
주 : Hull and White 모형에 의해 산출된 reference entity 의 만기별 생존확률을 사용하여 default barrier 를 계산한 결과이다. 초기 잔존만기에서의 default barrier 가 높아 초기 잔존만기에서의 부도확률을 잡아낼 수 있다.

<그림 9> 자산상관계수에 따른 부도상관계수 변화(**Hull and White Ⅱ**)



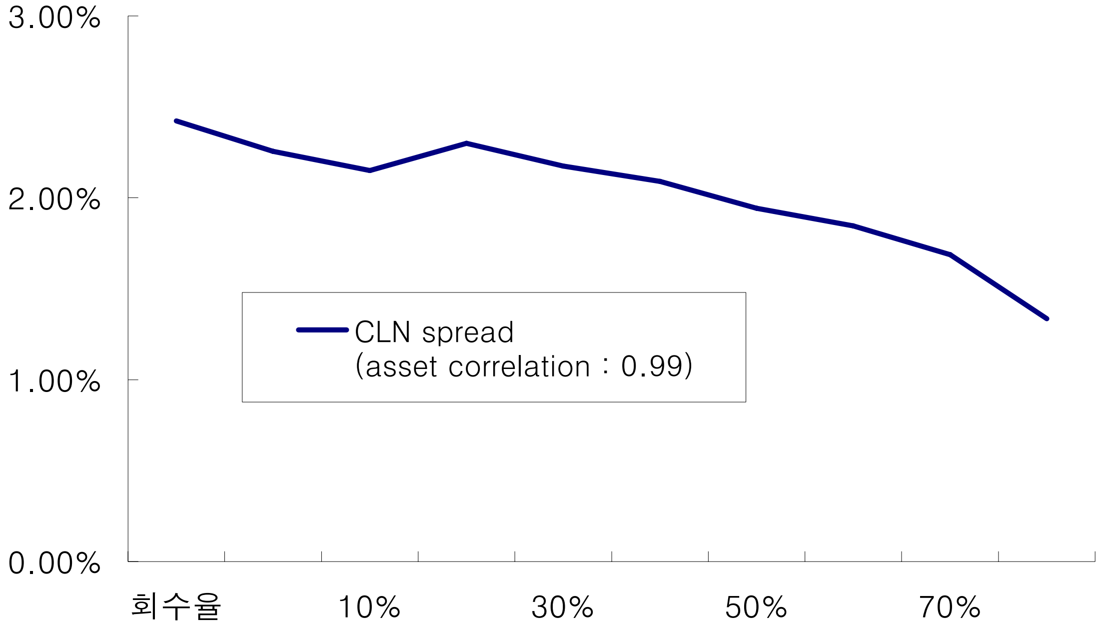
주 : Monte Carlo simulation 에 의해 자산상관계수 변화에 따른 부도상관계수 변화를 나타낸 그림이다. 자산상관계수가 1 에 가까워질수록 부도상관계수도 상승하지만 0.5 이상으로는 상승하지 않았다.

<그림 10> 자산상관계수에 따른 CLN spread 변화(Hull and White Ⅱ)



주 : : Monte Carlo simulation 에 의해 자산상관계수 변화에 따른 CLN spread 변화를 나타낸 그림이다. 자산상관계수가 1 에 가까워질수록 CLN spread 도 하락하지만 2% 이하로는 하락하지 않았다.

<그림 11> 회수율 변화에 따른 CLN spread 변화(Hull and White Ⅱ)



주 : 기대회수율 가정을 0%~90%로 달리 적용했을 경우 CLN spread 를 Monte Carlo simulation 에 의해 구한 결과이다.(자산상관계수는 0.99 로 설정) 10%~50% 기대회수율 구간내에서 비교적 안정된 CLN spread 를 보였다.