유한요소 극한해석을 이용한 굴곡을 가진 박판부재의 단면비에 따른 붕괴특성 평가

Evaluation of Collapse Characteristics with Respect to Aspect Ratio of Cross-Section for Thin-Walled Structures with Curved Shape Using Finite Element Limit Analysis

김 기 풍*, 김 현 섭**, 허 훈***
Keepoong Kim, Hyunsup Kim, Hoon Huh

ABSTRACT

This paper is concerned with collapse characteristics and an energy absorption capacity for thin-walled structures with curved shape with respect to aspect ratio of cross-section. The energy absorption capacity influence on yield strength and geometric shape such that shape of cross-section and thickness. S-rails with several aspect ratio of rectangle cross-section are selected for thin-walled structures with curved shape. The analysis of an S-rail has been carried out using finite element analysis for evaluation of collapse characteristics. For collapse analysis of an S-rail, a limit analysis formulation with shell element has been derived and a contact scheme has been considered. Collapse analysis has been carried out for an S-rail with several rectangle cross-section and the energy absorption ratio with respect to aspect ratio of cross-section is calculated. From this result, references for fundamental design have been shown for thin-walled structures with curved shape.

주요기술용어 : Finite Element Limit Analysis(유한요소 극한해석), 사이드레일(Side Rail), Collapse Behavior Analysis(붕괴 거동 해석), Energy Absorption Ratio(에너지 흡수비)

1. 서 론

자동차 구조부재의 경우 충돌 사고시 인명의 보호를 위하여 차체의 변형에 의한 충돌에너지의 적절한 흡수를 유도하도록 설계함으로써 충돌안전성을 확보하려는 노력이 요구된다. 일반적으로 자동차 프레임은 축 또는 현가장치 등과의 간섭을 피하기 위하여 굴곡을 가지게 되는 등 여러 가지 기하학적 형상을 갖게 된다.

* 한국과학기술원 기계공학과 대학원
** 회원, ㈜ 기아자동차 소하리연구소
*** 회원, 한국과학기술원 기계공학과

사이드레일(side rail)은 자동차 충돌시 에너지 흡수에 중요한 역할을 하는 프론트 사이드 멤버(front side member)를 단순화한 형태로 볼 수 있으며, 초기 형상이 곡률을 가지고 있다. 프론트 사이드 멤버와 같은 박판부재의 에너지 흡수 특성은 단면형상 및 두께 등의 기하학적 형상이나 재료의 항복응력에 영향을 받으며, 이런 인자들이 미치는 영향을 평가할 필요가 있다.

Wierzbicki 와 Abramowicz [1] 는 박판 구조물에 대한 접힘 메커니즘(folding mechanism)을 제시하고 굴곡이 없는 박판구조물의 붕괴하중이 단면비의 영향을 받지 않는다는 것을 보였다. Reid [2] 는 자동차 사이드레일에 대하여 두께 및 물성치

변화에 따른 에너지 흡수율 변화를 수치해석하고 기준 두께에 대하여 두께변화에 따른 에너지 흡수율 비를 선형적으로 근사하였다.[2-3)]

본 논문에서는 사이드레일의 사각단면의 비에 따라 붕괴특성 및 에너지 흡수능력을 평가하여, 부재의 기초설계 기준을 제시하고자 하였다. 단면의 둘레길이를 일정하게 하고 단면의 치수를 변화시켰을 때 에너지흡수 능력이 어떻게 달라지는지 평가하였다.

박판부재의 붕괴특성을 평가하기 위해서 유한요소 극한해석을 이용하였다.[4)] 극한해석은 탄소성 해석과 달리 변형시의 소성에너지를 최소화하는 최소화기법을 통하여 붕괴하중을 구하므로, 특별한 취급 없이 붕괴하중의 계산이 가능하여 구조물의 하중지지능력을 쉽게 계산할 수 있다. 박판부재의 효율적인 해석을 용이하게 하기 위하여 쉘요소를 이용한 극한해석 수식화를 수행하고, 대변형 시에 나타나는 부재간의 접촉이나 접힘을 처리할 수 있도록 극한해석을 위한 접촉처리기법을 수식화 하였다.[5)]

2. 유한요소 극한해석의 이론적 수식화

극한해석의 수식화는 하계해석과 상계해석으로 이루어져 있다. 하계해석은 평형방정식과 정역학적 경계조건 및 항복조건식으로부터 함수값 또는 매개변수의 최대값과 그에 상응하는 응력 분포를 구하는 방법이다. 하계해석을 수식화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{maximize } q(\boldsymbol{\sigma}) \\ &\text{subject to } \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}=0 \text{ in } D \\ &\qquad \boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{n}=q\mathbf{t} \text{ on } \partial D_S \\ &\qquad \|\boldsymbol{\sigma}\|_{(v)}\le\sigma_o \text{ in } D \end{aligned} \tag{1}$$

여기에서 $\boldsymbol{\sigma}$ 는 영역 내에서의 응력텐서이고 $\mathbf{t}$ 는 경계면 ∂D_S 에서의 분포하중이며 q 는 비례하중계수이고, $\|\ \|_{(v)}$ 는 von-Mises norm 을 의미한다.

하계해석은 응력공간에서 해를 구하여야 하므로 실용적이지 않아서 이원정리(duality theorem)을 이용하여 상계해석 수식화를 하는 것이 유리하다. 가상일의 원리를 이용하여 평형방정식을 적분방정식 형태의 약형으로 만들고 여기에 부분적분, 발산정리, Hölder 부등식을 적용하면 다음과 같은 상계해석 수식화를 얻을 수 있다.[3)]

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \tilde{q}(\mathbf{u}) \\ &\text{subject to } \tilde{q}=\bar{\sigma}\int_D \|\boldsymbol{\varepsilon}\|_{(-v)}\,\mathrm{d}\Omega \\ &\qquad \int_{\partial D_s}\mathbf{t}\cdot\mathbf{u}\,\mathrm{d}\Gamma=1 \\ &\qquad \mathrm{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon})=0 \\ &\qquad \text{kinematic boundary conditions} \end{aligned} \tag{2}$$

여기에서 $\bar{\sigma}$ 는 재료의 초기항복응력이나 현재의 항복응력이다. 변형경화 재료에 대해서는 응력-변형률 곡선을 계단형태의 상수함수로 가정하고 각 요소에서 계산된 유효변형률을 이용하여 다음과 같은 이분법(bisection method)에 의해 각 단계에서의 현재의 유효응력을 계산한다.

$$\bar{\sigma}^{(k+1)}=\frac{\bar{\sigma}^{(k)}+\bar{\sigma}_o}{2} \tag{3}$$

여기에서 $\bar{\sigma}=H(\bar{\varepsilon}^p)$ 이고 $H(\bar{\varepsilon}^p)$ 는 변형률 경화 함수로 유효변형률 $\bar{\varepsilon}^p$ 를 이용하여 계산한다. 유동응력(flow stress) 곡선은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{\sigma}=\sigma_o\left(1+A\bar{\varepsilon}^p\right)^n \tag{4}$$

이 때, A 와 n 은 주어진 재료에 대한 상수이고, σ_o 는 초기항복응력이다.

식 (2)의 상계해석 수식화로부터 유한차원 근사기법을 이용하여 유한요소화하며, 최소화 반복기법을 통하여 수치해석으로부터 최소값을 구하여 구조물의 붕괴하중을 계산하고 상응하는 속도장을 구하였다.[4-5)]

3. 굴곡을 가진 박판부재의 붕괴거동 해석

쉘요소를 이용한 유한요소 극한해석 프로그램을 개발하고 이를 이용하여 굴곡을 가진 박판구조물의 붕괴거동 해석을 수행하였다. 본 논문에서는 각각 다른 단면치수를 갖는 S-rail 를 선택하여 해석하였다. S-rail 의 기학적 형상은 Fig. 1

과 같고 단면의 형상은 $b \times h$ 의 사각 형태이고 두께는 3.175 mm 이다. 단면의 치수 b 와 h 는 설계변수로서 고려되어 이 변수들이 변화할 때 붕괴특성이 어떻게 변화하는지 살펴보았다. 다만 S-rail 의 중심선의 치수는 고정하고 단면의 둘레길이를 245mm 로 일정하게 유지하여 S-rail 전체의 부피는 일정하게 고정하여 질량의 변화에 의한 영향을 제거하였다. Table 1 은 본 논문에서 고려한 S-rail 의 단면치수와 단면치수 비를 나타낸 것이고, 이 단면치수의 비 h/b 에 의해 모델링을 수행하여 S-rail 의 붕괴 특성과 에너지 흡수능력을 평가하였다.

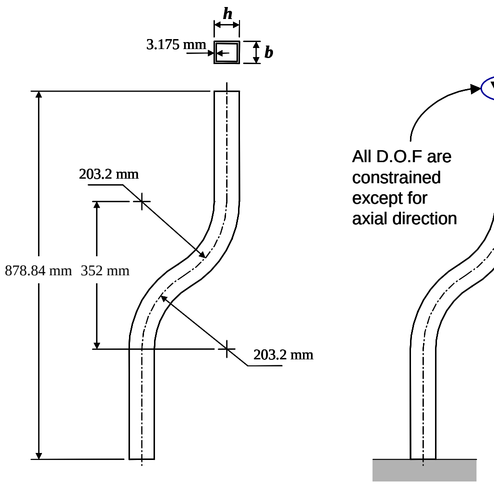


Fig. 1 Geometry and boundary conditions of an S-rail

Table 1 Aspect ratio of rectangle cross-section and dimension of S-rails for collapse analysis

	h / b	b (mm)	h (mm)
Model I	1 / 2	84.7	42.3
Model II	2 / 3	76.2	50.8
Model III	1	63.5	63.5
Model IV	3 / 2	50.8	76.2
Model V	2	42.3	84.7

부재의 대칭성을 이용하여 단면 방향으로 전체의 1/2 만을 모델링하였고, 이 때 사용된 재료는 초기항복응력 $\sigma_o = 270\ \text{MPa}$, 상수 $A = 98$, $n = 0.123$ 인 연강으로 가정하였다. 경계조건은 Fig.1 에서처럼 S-rail 의 한쪽 끝단을 고정하고 다른 끝단에 변위경계조건을 주어서 최대변위가 450mm 가 될 때까지 해석을 수행하였다.

Fig. 2 ~ Fig. 6 은 단면의 치수를 변화시켜 해석한 S-rail 의 변형 형상이다. Fig. 2 와 Fig. 3 는 h/b 가 1 보다 작은 경우로 굴곡부에서 굽힘에 의한 변형이 쉽게 일어나고 변형이 400 mm 이상 진행한 후 내벽간의 접촉이 발생하였다. 변형이 커지면 굴곡부의 변형은 접촉과 변형경화에 의해 더 이상 커지지 못하고 양쪽 끝의 고정부에서 변형이 발생하였다. Fig. 4 은 $h/b = 1$ 인 경우로 변형이 진행되다가 330 mm 이상 변형되면 접촉이 발생하였다. Fig. 5 은 $h/b = 3/2$ 인 경우로 230 mm 변형하였을 때부터 접촉이 발생하였다. Fig. 6 은 $h/b = 2$ 인 경우로 변형이 약 150 mm 진행하였을 때 외벽간의 접촉이 발생하고, 변형이 커지면 접촉하는 면적이 넓어지면서 굽힘에 대한 강성이 증가하여 접촉이 발생하는 영역의 주변에서 축방향으로 붕괴가 일어나는 현상을 볼 수 있다. h/b 가 1 보다 작은 경우는 굴곡부의 내벽에서 먼저 접촉이 발생하지만, 1 보다 큰 경우는 외벽에서 먼저 접촉이 발생하여 변형형상에 많은 영향을 주었다.

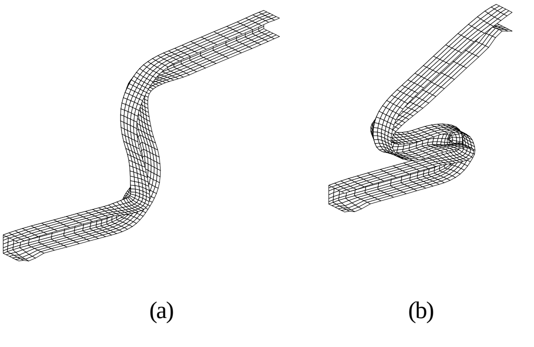
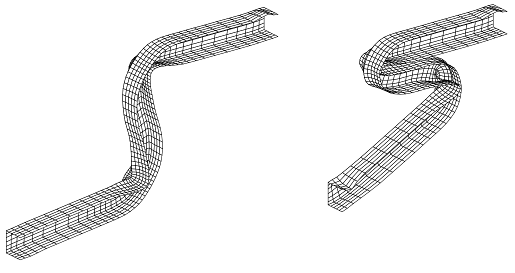
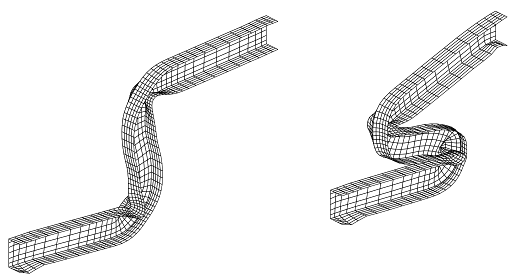


Fig. 2 Deformed shapes of an S-rail with aspect ratio *h/b* of rectangle cross-section = 1/2: (a) displacement at the end = 200 mm; (b) displacement at the end = 450 mm



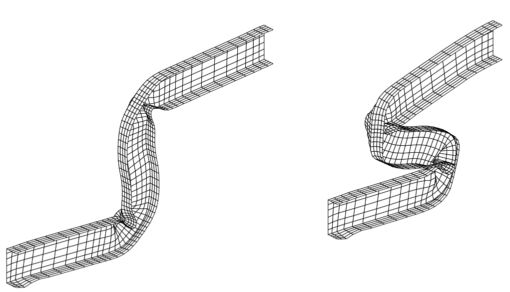
(a) (b)

Fig. 3 Deformed shapes of an S-rail with aspect ratio *h*/*b* of rectangle cross-section = 2/3: (a) displacement at the end = 200 mm; (b) displacement at the end = 450 mm



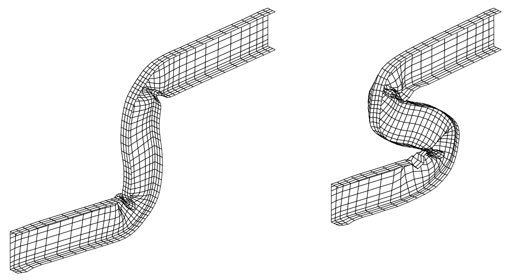
(a) (b)

Fig. 4 Deformed shapes of an S-rail with aspect ratio *h*/*b* of rectangle cross-section = 1 (a) displacement at the end = 200 mm; (b) displacement at the end = 450 mm



(a) (b)

Fig. 5 Deformed shapes of an S-rail with aspect ratio *h*/*b* of rectangle cross-section = 3/2: (a) displacement at the end = 200 mm; (b) displacement at the end = 450 mm



(a) (b)

Fig. 6 Deformed shapes of an S-rail with aspect ratio *h*/*b* of rectangle cross-section = 2: (a) displacement at the end = 200 mm; (b) displacement at the end = 450 mm

Fig. 7 는 h/b 에 따라 나타나는 S-rail 의 변위에 대한 붕괴하중을 나타낸 것이다. h/b 가 클수록 붕괴하중을 크게 나타나고 있는 것을 알 수 있다. h/b 가 클수록 S-rail 단면의 굽힘모멘트가 커서 굽힘강성이 커지기 때문이다. 변형이 진행되면서 붕괴하중은 계속 감소하다가 다시 증가하는데 이는 변형경화와 접촉에 의해 일어나는 현상이다. h/b 가 1 보다 작은 경우는 변형경화에 의해 붕괴하중이 증가하기 시작하고 내벽간의 접촉에 의한 붕괴하중의 증가는 크게 나타나지 않았다. h/b 가 1 보다 큰 경우는 많은 변형이 발생하지 않았을 때부터 접촉이 일어나기 때문에 접촉에 의해 붕괴하중의 증가하고 그 증가률도 크게 나타났다. $h/b = 2$ 인 경우는 접촉이 일어나는 약 150mm 변형 때부터 붕괴하중이 증가하고 변형이 더 커지면 굽힘부에서의 접촉면적이 넓어져서 축방향의 변형이 발생하고 붕괴하중이 증가하였다.

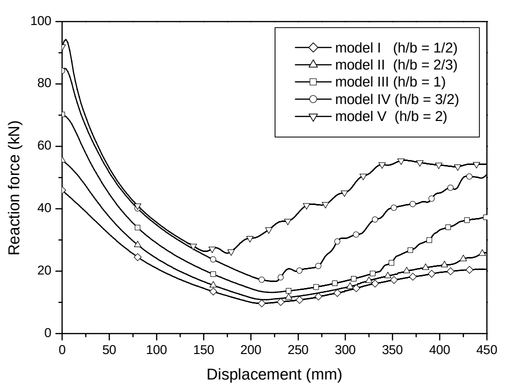


Fig. 7 Collapse load of S-rails with respect to displacement

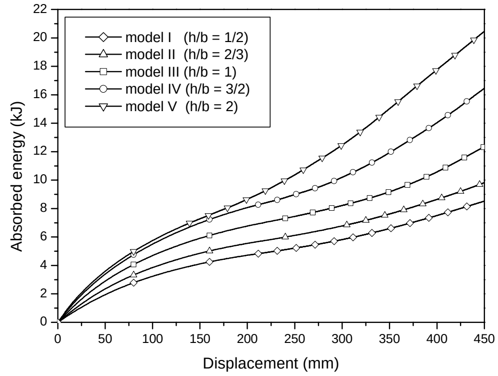


Fig. 8 Absorbed energy to S-rails with respect to displacement

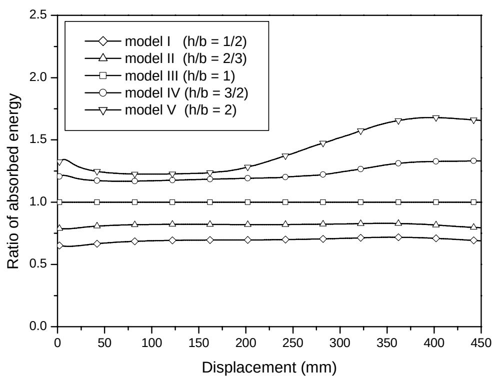
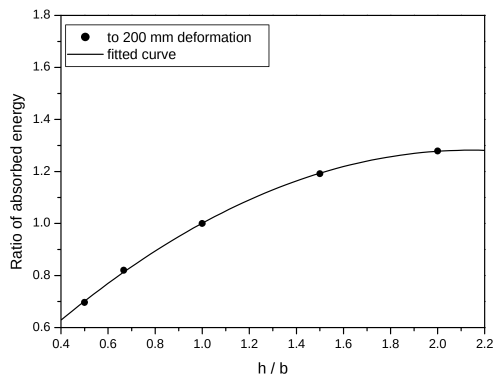


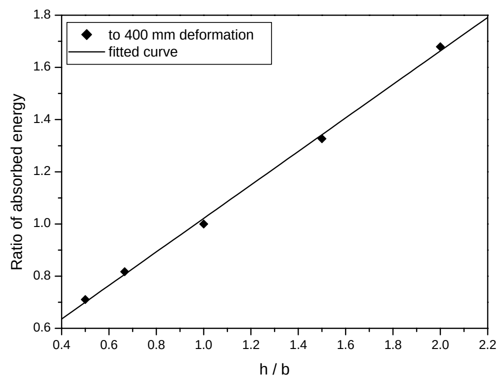
Fig. 9 Ratio of absorbed energy to S-rails with respect to displacement

Fig. 8 은 h/b 에 따라 나타나는 S-rail 의 변위에 대해서 흡수된 에너지를 나타낸 것이다. 변형 초기에는 h/b 에 대해 흡수된 에너지의 증가가 작게 나타난다. 변형이 많아지면 h/b 이 1 보다 큰 경우는 굴곡부의 외벽간의 접촉이 발생하여 하중이 커지기 때문에 에너지 흡수량의 증가가 커지게 된다. 즉, S-rail 이 가지고 있는 굴곡에서의 접촉에 의해 흡수된 에너지의 양의 비가 달라지게 된다. Fig. 9 는 단면비 $h/b=1$ 인 경우의 에너지 흡수량을 기준으로 하여 다른 단면비를 갖는 모델들에 흡수된 에너지량의 비를 나타낸 것이다. 변형이 약 150 mm 이하의 경우는 변형량에 관계없이 에너지 흡수비가 거의 균일한 것을 알 수 있다. 변형이 200 mm 이상 커지면 h/b 가 1 보다 큰 모델들의 에너지 흡수비가 커지는 것을 볼 수 있다. 반면에 h/b 가 1 보다 작은 모델들은 400 mm 이상 변형되어도 흡수된 에너지의 비는 거의 균일하게 나타나는 경향을 보인다. 이런 결과로부터 h/b 에 대한 S-rail 의 흡수된 에너지의 비는 굴곡부의 외벽간의 접촉에 따라서 달라진다는 것을 알 수 있다. Fig. 10 는 200 mm 와 400 mm 변형되었을 때까지 흡수된 에너지의 비를 단면비 h/b 에 대해 나타낸 것이다. Fig. 10(a)에 나타난 것처럼 200 mm 변형되었을 때까지의 에너지 흡수비는 h/b 에 대해 2 차 곡선으로 나타낼 수 있다. Fig. 10(b)는 400 mm 까지 변형되었을 때 접촉에 의해 에너지 흡수량이 증가하여 에너지 흡수비를 h/b 에 대해 선형 곡선으로 나타낸 것이다. Fig. 10 에서 나타낸 함수를 다음과 같은 식으로 나타내면 그 계수는 Table. 2 와 같다

$$E_R = C_0 + C_1\left(\frac{h}{b}\right) + C_2\left(\frac{h}{b}\right)^2 \tag{5}$$



(a)



(b)

Fig. 10 Ratio of absorbed energy to S-rails with respect to aspect ratio *h/b* of rectangle cross-section : (a) to 200 mm deformation at the end ; (b) to 400 mm deformation at the end

Table 2 Coefficient in approximation of the energy absorption ratio with respect to aspect ratio *h/b* of rectangle cross-section

	C_0	C_1	C_2
To 200 mm deformation	0.2933	0.9236	-0.2157
To 400 mm deformation	0.3789	0.6422	0

변형량이 200 ~ 400 mm 인 경우에서는 Fig. 9 에서 볼 수 있듯이 h/b 가 1 보다 큰 경우의 에너지 흡수비가 증가하는 경향을 보인다. Fig. 10 에서 나타낸 것처럼 변위가 200 mm 에서 400 mm 사이에서의 에너지 흡수비를 h/b 에 대한 곡선으로 나타내면, 변형량을 크게 고려할수록 2 차 함수에서 선형 함수의 형태로 변화한다. 이는 변형이 증가하면 굴곡부 외벽간의 접촉에 의해 h/b 에 대한 에너지 흡수비가 변화한다는 것을 의미한다.

4. 결 론

박판부재의 에너지 흡수 특성은 단면형상 및 두께 등의 기하학적 형상의 영향을 받으며, 이런 인자들이 미치는 영향을 평가할 필요가 있다. 본 논문에서는 유한요소 극한해석을 이용하여 굴곡을 가진 박판부재인 S-rail 의 붕괴거동 해석을 수행하였다. 단면의 치수비를 변화하여 S-rail 의 변형형상과 붕괴하중을 계산하고, 이로부터 에너지 흡수능력을 평가하여 단면비에 대한 에너지 흡수비의 계산하였다.

S-rail 의 해석 결과, 단면비가 크면 굴곡부의 굽힘 후의 접촉에 의해 붕괴하중이 증가하는 현상이 나타나고 흡수된 에너지도 접촉에 의해 증가하였다. 단면비가 작으면 굴곡부의 변형은 주로 굽힘에 의해 나타나고 변형경화에 의해 하중이 증가하는 현상을 보였다. 단면비가 큰 경우는 변형이 커지면 접촉에 의해 에너지 흡수비가 증가하였지만, 단면비가 작은 경우는 에너지 흡수비의 변화가 크게 나타나지 않았다. 접촉에 의해서 에너지 흡수능력이 증가하고, 이로 인해 단면비에 대한 에너지 흡수비는 접촉 여부에 따라서 선형함수와 2 차 함수의 형태로 다르게 나타났다. 따라서, 굴곡을 가진 박판부재의 단면치수비에 대한 기초설계의 기준을 본 논문에서의 해석 결과를 이용하여 제시할 수 있고 다른 기하학적 형상에 대한 설계기준도 유한요소 극한해석을 이용한 붕괴특성 및 에너지 흡수능력의 평가를 통해 계산할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1) Wierzbicki, T. and Abramowicz, W., On the Crushing Mechanics of Thin-Walled Structures, Trans. ASME J. Appl. Mech., Vol. 50, pp. 727-734, 1983.

2) Reid, J. D., Crashworthiness of Automotive Steel Midrails : Thickness and Material Sensitivity, Thin-Walled Structures, Vol. 26, No. 2, pp. 83-103, 1996.

3) Reid, J. D., Towards the Understanding of Material Property Influence on Automotive Crash Structures, Thin-Walled Structures, Vol. 24, pp. 285-313, 1996.

4) Huh, H., Lee, C. H. and Yang, W. H., A General Algorithm for Plastic Flow Simulation by Finite Element Limit Analysis, Int. J. Solids Structures, Vol. 36, pp. 1193 1207, 1999.

5) 김현섭, 박판부재의 붕괴거동해석을 위한 극한해석의 쉘요소 수식화, 한국과학기술원 기계공학과 박사학위 논문, 2000.