

# 임의 곡면의 금형형상이 고려된 미끄럼 구속면을 이용한 직사각컵의 다단계 유한요소 역해석

김승호\*, 김세호\*, 허 훈\*

## Multi-stage Inverse Finite Element Analysis of Rectangular Cup Drawing considering Sliding Constraint Surfaces with Arbitrary Intermediate Die Shapes

Seung-Ho Kim, Se-Ho Kim and Hoon Huh

### Abstract

An inverse finite element approach is employed for more capability to design the optimum blank shape from the desired final shape with small amount of computation time and effort. For multi-stage deep-drawing processes, numerical analysis is extremely difficult to carry out due to its complexities and convergence problem, as well as tremendous computation time. In this paper, multi-stage finite element inverse analysis is applied to multi-stage rectangular cup drawing processes to calculate intermediate blank shapes and strain distributions in each stages. Finite element patches are used to describe arbitrary intermediate sliding constraint surfaces.

**Key Words** : Rectangular Cup Drawing, Multi-stage Inverse Finite Element Analysis

### 1. 서론

박판금속 성형기구는 다양한 공정변수들에 의하여 매우 복잡한 영향을 받기 때문에 공정변수에 대한 최적조건은 경험과 시행착오 등에 의하여 결정되고 있는 실정이다. 최근에 이와 같은 시행착오를 줄이고 짧은 시간 안에 공정변수 들을 예측하기 위하여 일단계 유한요소

역해석이 이용되고 있으며, Guo와 Batoz<sup>(1)</sup>, Chung과 Richmond<sup>(2)</sup>, Liu와 Karima<sup>(3)</sup>, Lee와 Huh<sup>(4)</sup> 등에 의해 연구가 이루어지고 있다. 변형 이론을 기본으로 한 일단계 유한요소 역해석은 블랭크 형상과 두께변형을 분포등을 매우 짧은 계산시간에 예측이 가능하고 일반적인 형상에 적용이 가능하다. 그렇지만, 변형경로를 고려하지 못하기 때문에 변형 경로가 복잡해질 수

---

\* 한국과학기술원 기계공학과

특 오차가 커지는 단점을 가지고 있다. Lee와 Huh<sup>(6)</sup>는 일단계 역해석을 일반적인 3차원의 다단계 역해석으로 확장하여 일단계 역해석의 단점을 해결하면서 빠르게 계산할 수 있는 방법을 제시하였다.

다단계 성형공정으로 생산되어 지는 세장비가 큰 타원형 컵은 활용 범위가 광범위 한데 비하여 중간 공정을 설계하기 어려워 대부분 수입하여 사용하고 있다. 이러한 다단계 성형 공정을 설계하는데 유한요소 해석을 이용한다면 매우 유용할 것으로 전망되어 진다. 그러나, 기존의 방법으로는 성형공정이 복잡하고 해의 수렴성이 좋지 않으며, 해석시간이 매우 오래 걸리므로 현실적으로 적용하기가 어려운 분야이다. Kim등은 외연적 유한요소법을 이용하여 타원형 컵의 성형 공정을 해석하였고<sup>(6)</sup>, Kim과 Huh등은 세장비가 큰 타원형 컵의 다단계 성형 공정을 다단계 유한요소 역해석을 이용하여 해석하였다.<sup>(7-8)</sup> 본 논문에서는 다단계 역해석을 다단계 직사각 컵 성형공정 설계에 적용하여 각 단계의 변형 형상 및 변형을 분포를 구하는데 적용하였고, 중간단계의 미끄럼 구속면의 표현은 유한요소 격자 방법을 사용하였다.

## 2. 다단계 유한요소 역해석

다단계 역해석에 관한 기본적인 수치해석 절차는 Majlessi와 Lee<sup>(9)</sup>의 반복과정을 도입하였다. 다단계 역해석은 각 단계마다 변형이론을 기본으로 일단계 역해석을 수행하며, 각 단계의 초기상태와 최종상태만을 고려한다. 이때, 각 단계의 최종상태의 변형을 분포와 초기상태의 좌표는 포텐셜에너지 최소화 과정으로 얻어진다. 본 논문에서는 소성변형 에너지와 등가 외부일의 차를 이용하여 다음과 같이 근사적인 포텐셜 에너지를 정의하여 수식화하였다.

$$\begin{aligned} \min. \Psi(\mathbf{X}) &= W_p(\overline{\mathbf{X}}) - W_f(\overline{\mathbf{X}}) - W_b(\overline{\mathbf{X}}) \\ &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} (\boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon}) d\Omega - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} \left( \int_0^{u_j} \mathbf{t}_f \cdot d\mathbf{u} \right) d\Gamma \\ &\quad - \sum_{e=1}^{E_t} \int_{\Gamma_e} \left( \int_0^{u_j} \mathbf{t}_b \cdot d\mathbf{u} \right) d\Gamma \end{aligned} \quad (1)$$

다단계 역해석은 곡면상의 초기상태를 해석하기 때문에 식 (1)과 같이 국부좌표 ( $\overline{\mathbf{X}}$ )에서 정의된다. 이때,  $W_p(\mathbf{X})$ 는 내부의 소성변형 에너지이고, 마찰에 의한 일  $W_f(\mathbf{X})$ , 블랭크 홀딩력에 의한 일  $W_b(\mathbf{X})$  등이 등가 외부 일이다.  $t_f$ ,  $t_b$  는 각각 마찰력, 블랭크 홀딩력이다. 식

(1)을 최소화하기 위하여 식 (2)와 같은 뉴턴-랩슨법을 사용하였다.

$$\begin{aligned} [K(\overline{\mathbf{X}})]_{(n)} \{d\overline{\mathbf{X}}\} &= -\{R(\overline{\mathbf{X}})\}_{(n)} \\ K(\overline{\mathbf{X}}) &= \frac{\partial R(\overline{\mathbf{X}})}{\partial \mathbf{X}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} R(\mathbf{X}) &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \mathbf{X}} d\Omega - \sum_{e=1}^{E_t} \int_{\Gamma_e} \mathbf{t}_f \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \\ &\quad - \sum_{e=1}^{E_t} \int_{\Gamma_e} \mathbf{t}_b \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \end{aligned} \quad (3)$$

식 (2)의 계산은 국부좌표에서 이루어지며, 국부좌표계는 모든 절점들에 대하여 정의되고 절점들이 위치한 미끄럼 구속면과 주 변위 방향을 이용하여 설정한다. 그렇지만, 변형에너지항은 각 요소마다 요소의 평면상에 정의되는 물질좌표계 ( $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{t}$ )에서 계산되기 때문에, 변형에너지 항을 물질좌표계에서 계산한 후 국부좌표로 변환을 수행하여야 한다. 식 (5)의 변환행렬  $\mathbf{T}$ 를 이용하여 물질좌표계에서 계산한 요소의 강성행렬  $\overline{\mathbf{K}}^e$ 와 요소의 외력벡터  $\overline{\mathbf{F}}^e$ 를 국부좌표계에 대한 요소의 강성행렬  $\mathbf{K}^e$ 과 요소의 외력벡터  $\mathbf{F}^e$ 으로 변환한다.

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{K}}^e \Delta \overline{\mathbf{U}} &= -\overline{\mathbf{F}}^e \\ \text{where } \overline{\mathbf{K}}^e &= \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{K}}^e \mathbf{T}, \quad \overline{\mathbf{F}}^e = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{F}}^e \end{aligned} \quad (4)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{T}_3 \end{bmatrix}_{(6 \times 6)}$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos(\overline{\mathbf{X}}_i, \mathbf{s}) & \cos(\overline{\mathbf{Y}}_i, \mathbf{s}) \\ \cos(\overline{\mathbf{X}}_i, \mathbf{t}) & \cos(\overline{\mathbf{Y}}_i, \mathbf{t}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서  $\Delta \overline{\mathbf{U}} = [\Delta \overline{\mathbf{U}}_1 \quad \Delta \overline{\mathbf{U}}_2 \quad \Delta \overline{\mathbf{U}}_3]^T$ 이고, 첨자  $i$ 는 하나의 요소에 대한 절점 번호이다. 외부 일에 관한 항은 주변위 방향으로 작용하기 때문에 국부좌표계에서 직접 나타낸다. 식 (2)의 뉴턴-랩슨법은 각 단계마다 이루어지며, 모든 단계는 다시 전체 반복과정을 거치게 된다. 전체 반복과정을 거치는 이유는 최종형상과 초기블랭크에만 부분적인 정보를 가지고 있기 때문이다.

### 3. 다단계 직사각 성형공정 설계 및 해석조건

다단계 직사각컵 성형 공정의 초기 형상 설계는 전문 기술자의 경험과 드로잉비를 고려하여 수행하였다. 제 1,2단계는 원통형 컵으로 설계하였고, 제 3-6단계에서는 2-3개의 원호를 합쳐 놓은 타원형과 유사한 형상의 단면을 가지는 컵으로 설계하였다. 마지막 6단계의 형상은 거의 직사각 단면을 가지게 된다<sup>(10)</sup>. Fig. 1은 초기설계된 각 단계의 컵 형상을 나타낸 것이다. 초기 설계는 각 성형단계의 단면에서의 드로잉비의 불균일성과 블랭크와 금형의 초기 접촉에 문제점이 있었으며, 중간형상의 단면이 최종형상의 직사각 단면을 제대로 확보하지 않은 문제점을 가지고 있다. 수정된 설계는 외연적 방법을 사용한 직접해석과 유한요소 역해석의 결과를 이용하여, 금형과 블랭크가 공정 초기에 장축과 단축에서 동시에 접하도록 수정하였다. 초기설계에서 장축 방향으로 접촉이 제대로 일어나지 않았는데 이를 위하여 단변부의 편치의 곡률을 큰 값으로 수정하였다<sup>(10)</sup>. 또한, 최종형상의 직사각 단면을 확보하기 위하여 편치 윗면의 단면을 수정하였다. Fig. 2는 수정 설계된 각 단계의 컵 형상을 나타낸다.

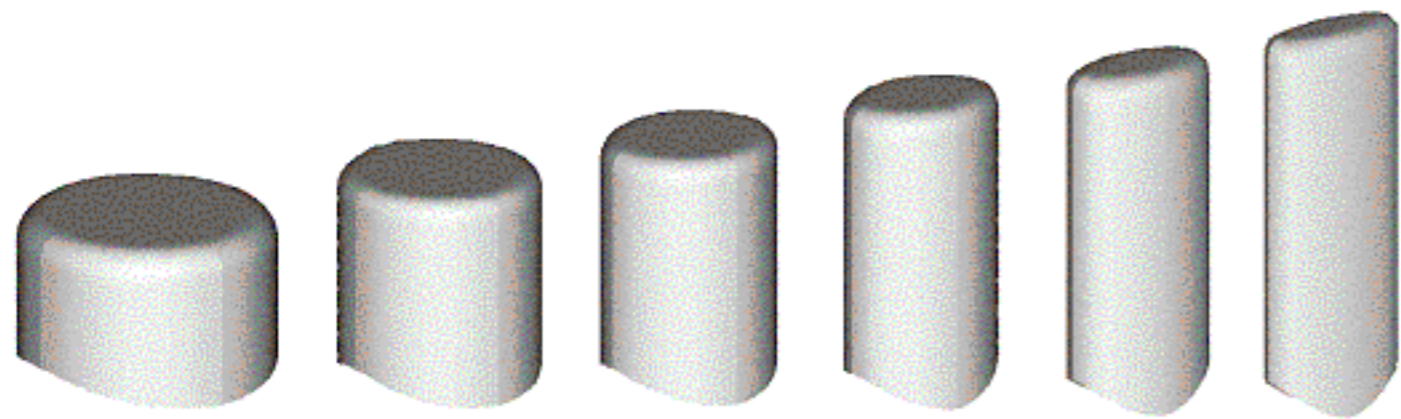


Fig. 1 Intermediate cup shapes for the original design.

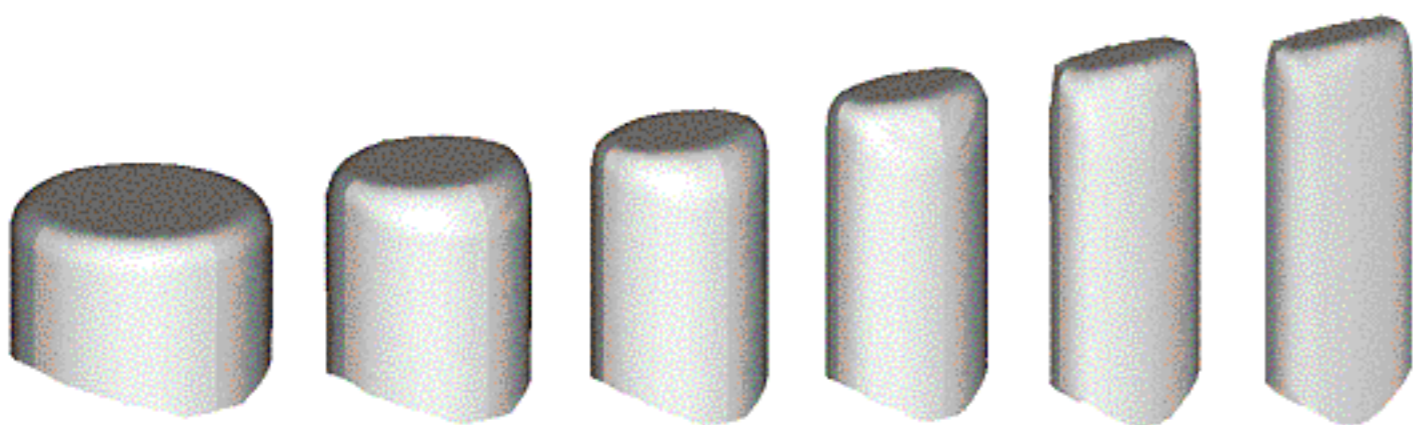


Fig. 2 Intermediate cup shapes for the modified design.

해석에 사용된 재료는 SPCE-SB계의 압연강판으로 단 순인장 실험을 통한 물성치는 다음과 같다.

응력-변형률 관계식 :

$$521.86 ( 0.014834 + \bar{\epsilon} )^{0.23373} \text{ (MPa)}$$

이방성계수 :  $R_{avg} = 1.617$

초기 박판 두께는 0.5 mm이고, 마찰계수는 0.15로 하였으며, 각 블랭크 홀딩력은 1000kgf로 하였다. 수직이방성을 가정하고, 기하학적인 대칭성을 고려하여 1/4모델만 해석을 수행하였다. 각 단계의 해석에 있어

서 유한요소 격자법을 사용하여 미끄럼 구속면을 묘사하였고, 이전 단계의 변형 이력을 고려하여 해석을 수행하였다.

### 4. 수치해석 결과

본 논문에서는 다단계 유한요소 역해석을 다단계 직사각 컵 성형공정에 적용하여 중단단계의 컵 형상과 두께 변형률 분포를 구하였다. 초기 설계와 유한요소 해석을 이용하여 수정된 설계의 해석 결과를 비교하였다. Fig. 3- Fig. 5는 2-4단계의 변형형상 및 두께 변형률 분포를 초기설계 및 수정된 설계에 대해 나타낸 것이다.

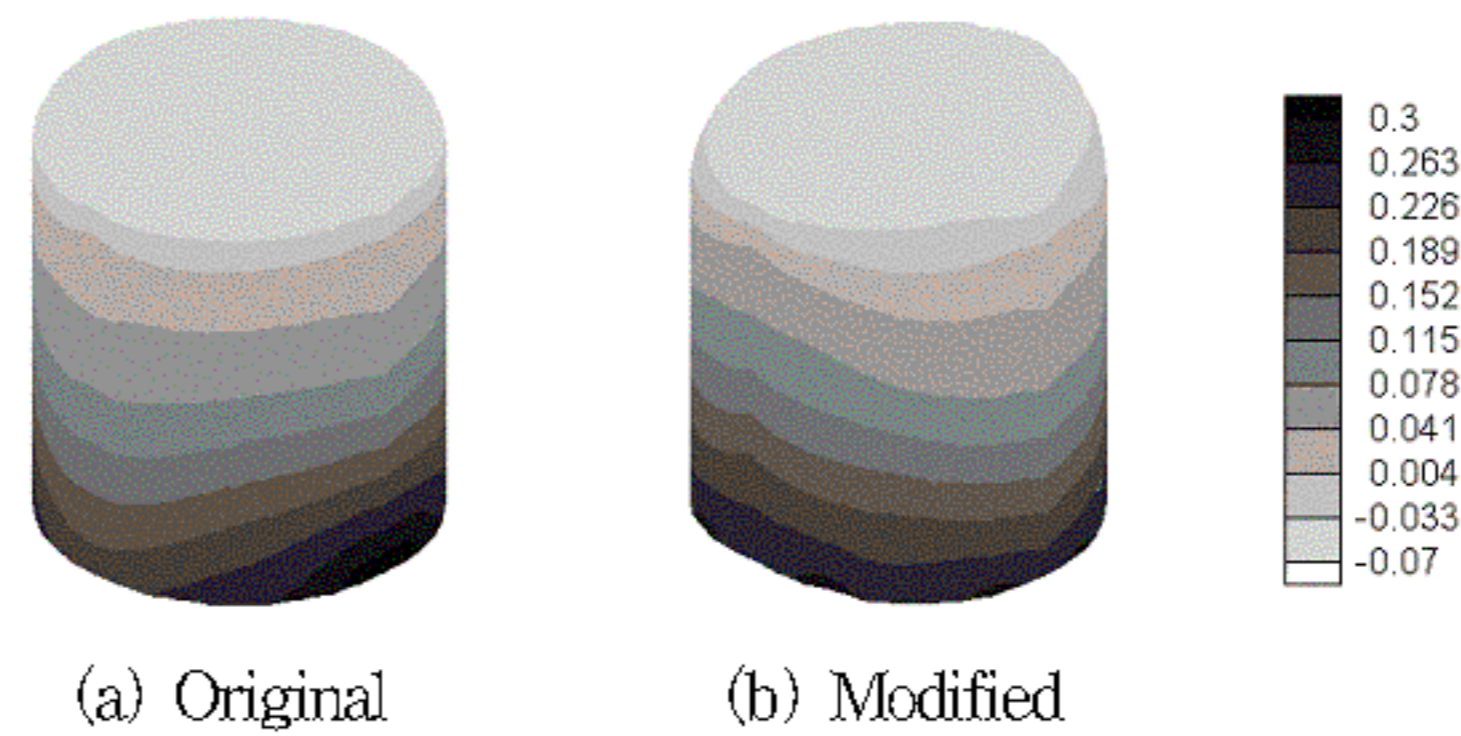


Fig. 3 Comparison of calculated intermediate cup shapes and thickness strain distributions for stage 2.

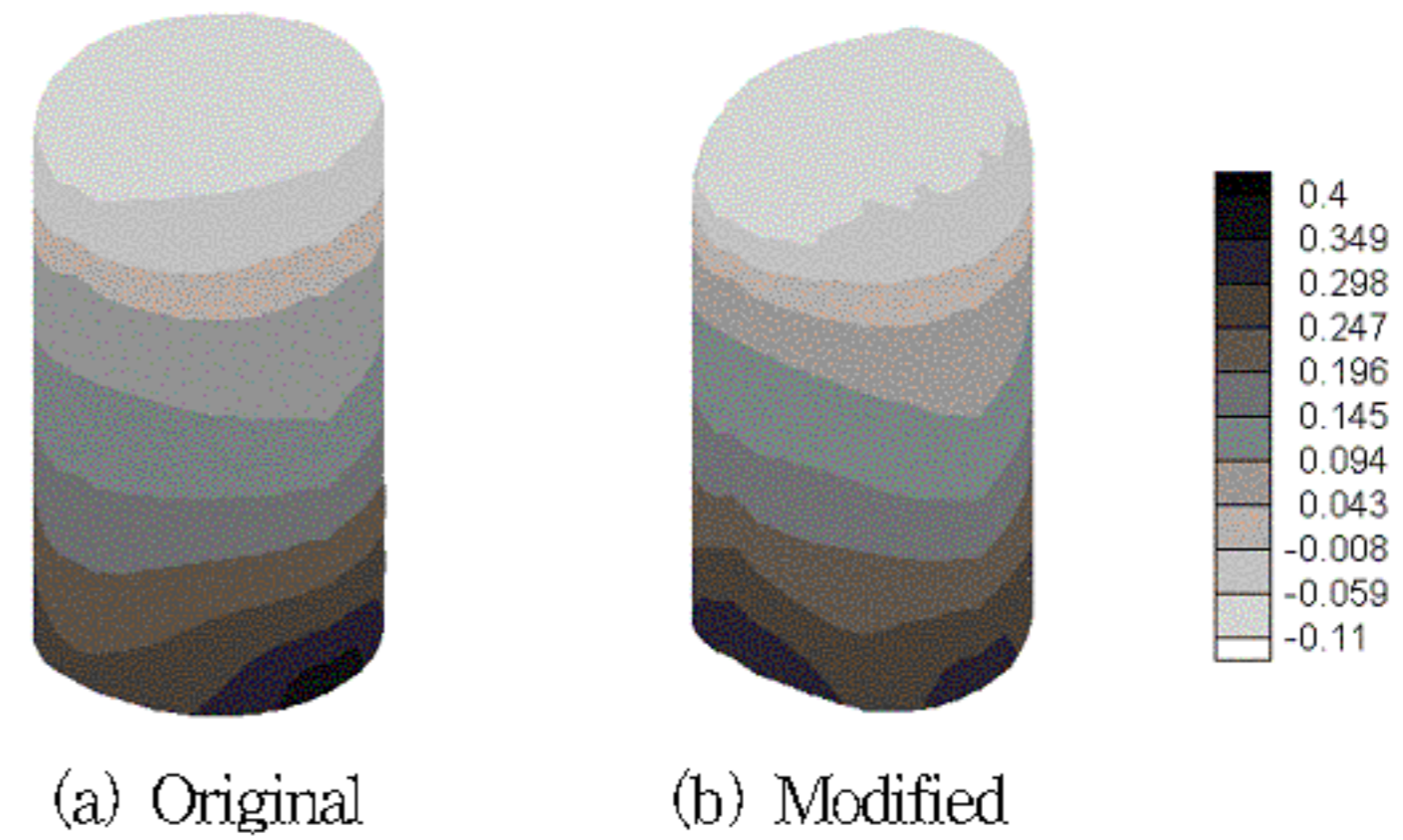


Fig. 4 Comparison of calculated intermediate cup shapes and thickness strain distributions for stage 3.

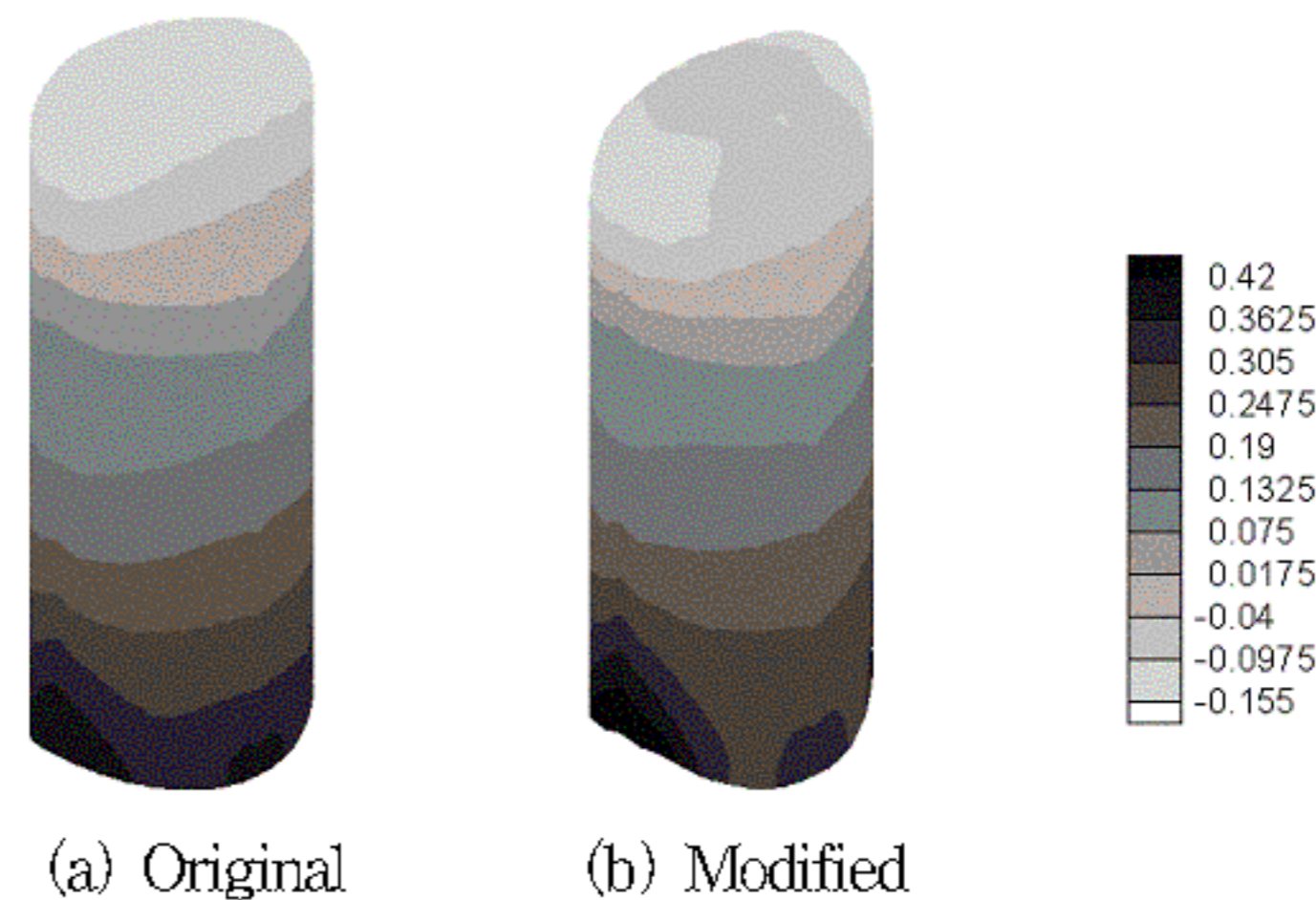


Fig. 5 Comparison of calculated intermediate cup shapes and thickness strain distributions for stage 4.

Fig. 3-5에서, 전체적인 변형을 분포는 초기설계나 수정된 설계 모두 비슷한 양상을 보이지만, 4단계 이후로는 수정된 설계가 편치 반경 부분에서 상대적으로 작은 두께변형을 분포를 보이고 있다. Fig. 6과 Fig. 7에 초기설계 및 수정된 설계에 대하여 4단계와 5단계의 두께 변형률을 장축 방향과 단축방향에 대해 정량적으로 비교해 보았다.

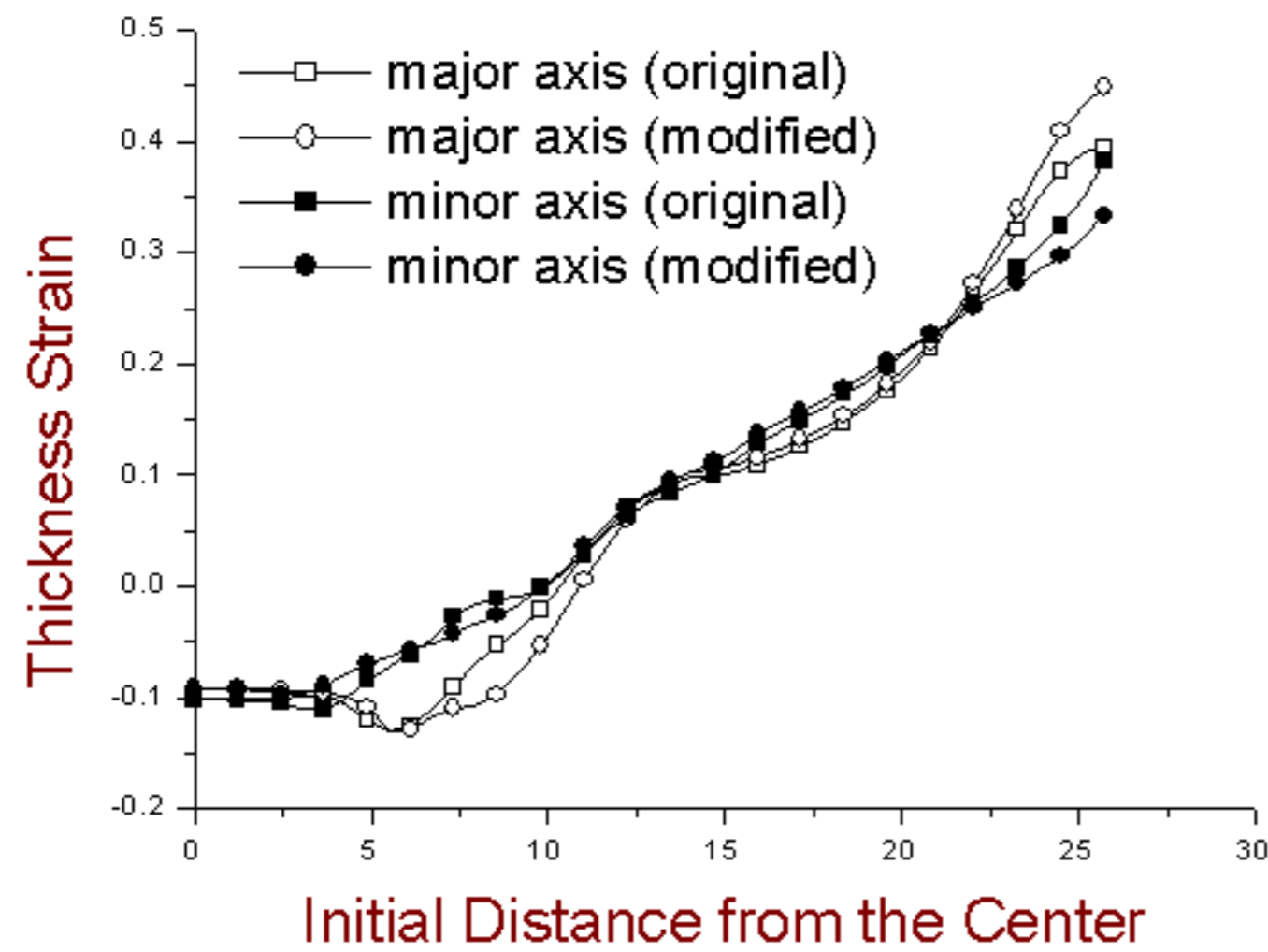


Fig. 6 Comparison of thickness strain distributions for stage 4.

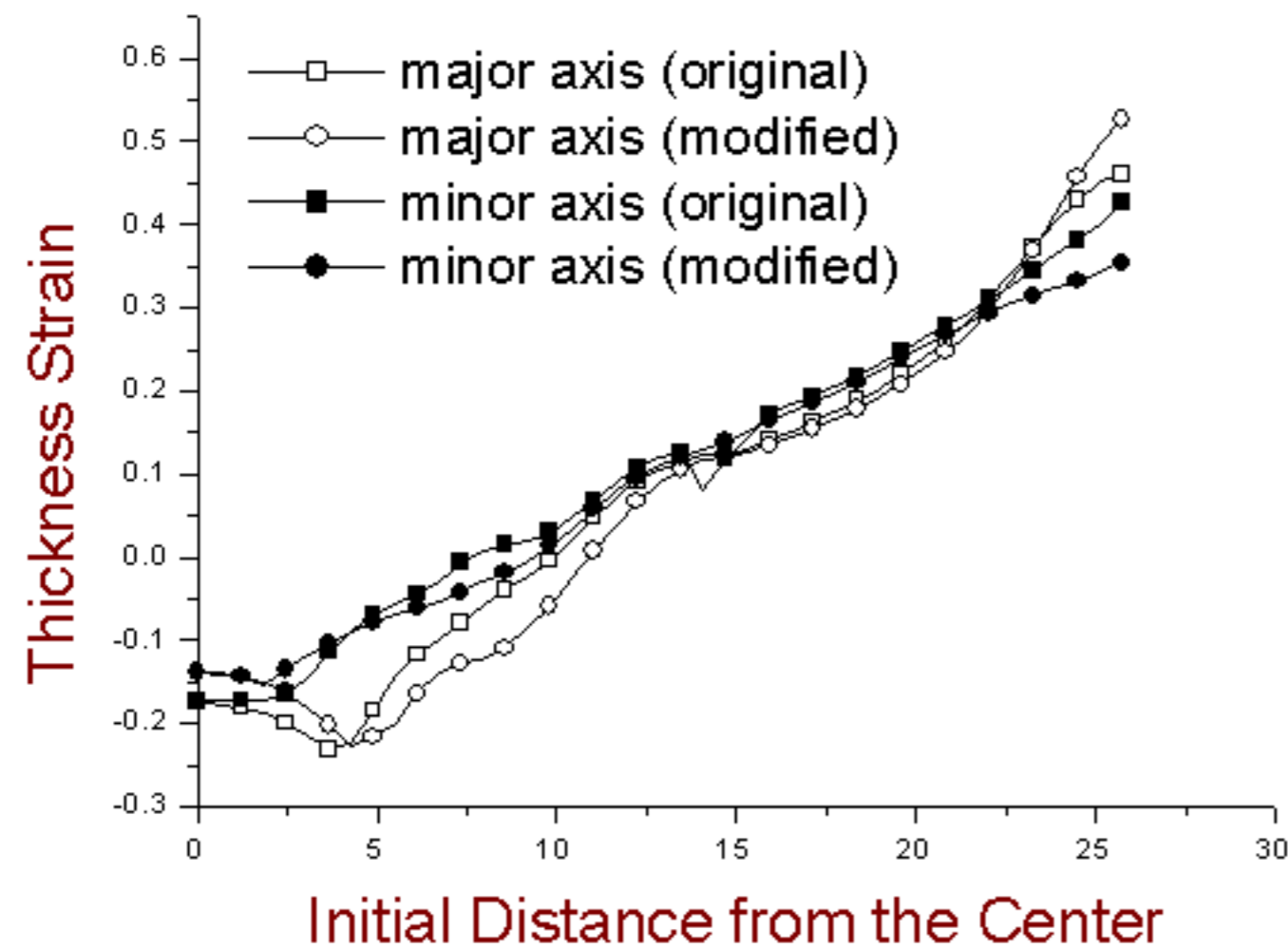


Fig. 7 Comparison of thickness strain distributions for stage 5.

Fig. 6와 Fig. 7에서 두께변형률의 분포가 수정된 설계가 전체적으로 약간 낮아진 양상을 보인다. 이는 단변부의 편치 반경을 재료의 유동이 원활하도록 설계하였기 때문이다. 장변부에서는 국부적으로 얇아진 양상이 발생하였다. 수정된 설계는 블랭크와 금형이 각 단계의 초기에 장축과 단축에서 동시에 접하도록 설계를 하였고, 최종 형상의 직사각 단면을 확보하도록 편치 윗면을 설계하였으므로 초기설계에 비해서 향상된 설계라고 할 수 있을 것이다.

## 5. 결론 및 토론

본 논문에서는 다단계 유한요소 역해석을 다단계 직사각 컵의 성형 공정에 적용하여 중간 단계의 블랭크 형상 및 변형률 분포를 구하였다. 복잡한 형상의 미끄럼 구속면은 유한요소 격자방법을 사용하여 해석을 수행하였다. 직사각컵 성형공정시의 중간단계의 형상을 설계하는데 있어서 초기설계시 발생한 문제점을 유한요소 해석을 사용하여 수정하였다.

## 참고 문헌

- (1) Batoz, J.L., Guo, Y.Q., Duroux, P. and Detraux, J.M, 1989, "On the Estimation of Thickness Strain in Thin Car Panels by the Inverse Approach", NUMIFORM89, pp.383-388.
- (2) Chung, K. and Richmond, O., 1994, "The Mechanics of Ideal Forming", ASME trans: J. of Applied Mechanics, Vol.61, pp.176-181.
- (3) Liu, S.D. and Karima, M., 1992, "A One Step Finite Element Approach for Production Design of Sheet Metal Stampings", NUMIFORM92, pp.497-502.
- (4) Lee, C.H. and Huh, H., 1997, "Blank Design and Strain Prediction of Automobile Stamping Parts by an Inverse Finite Element Approach", J. Mater. Process. Technol., Vol.63, pp.645-650.
- (5) Lee, C.H. and Huh, H., 1998, "Three Dimensional Multi-step Inverse Analysis for the Optimum Blank Design in Sheet Metal Forming Processes", J. of Mater. Process. Technol., Vol. 80, pp. 76-82.
- (6) 김세호, 김승호, 허 훈, 2000, "외연적 유한요소법을 이용한 세장비가 큰 타원형 컵 성형공정의 다단계 해석", 한국소성가공학회지, 제 9권, 제 3호, pp. 313-319.
- (7) 김승호, 김세호, 허 훈, 2000, "세장비가 큰 타원형 컵 성형 공정의 다단계 유한요소 역해석", 한국소성가공학회지, 제 9권, 제 3호, pp. 304-312.
- (8) Huh, H., Kim, S.H. and Kim, S.H., 2000, "Multi-stage inverse analysis of elliptic cup drawing with the large aspect ratio", Proc. Metal Forming 2000, pp. 107-116.
- (9) Majlessi, S.A. and Lee, D., J., 1988, "Development of Multistage Sheet Metal Forming Analysis Method", Mater. Shaping technol., Vol.6, No.1, pp.41-54.
- (10) 김세호, 김승호, 허 훈, 2000, "세장비가 큰 다단계 성형 공정의 합리적 금형설계 변경", 한국소성가공학회 추계 학술대회, to be presented.