

섬유의 적층각을 고려한 다이아프램형
공기 스프링의 유한 요소 해석

Finite Element Analysis of Diaphragm Type Air Springs
considering the Variation of Fiber Angles

이형욱* · 김세호* · 허 훈* · 김진영** · 정수교**

* : 한국과학기술원 기계공학과, ** : 대원공업(주) 대원기술연구소

Abstract

This paper is concerned with the stress analysis of a diaphragm-type air spring, which consists of rubber linings, nylon reinforced rubber composite.

The analysis is carried out with a finite element method developed to consider the orthotropic properties, geometric non-linearity and contact between an air bag and a bead ring. The material properties are evaluated with the Halpin-Tsai equations and the rule of mixture.

The analysis results demonstrate the variation of the outer diameter, the fold height and the vertical force with different models to the design a proper diaphragm air springs.

1. 서론

공기 스프링은 원통모양의 고무 에어백에 공기를 넣어 공기의 압축과 팽창으로 얻어지는 탄성효과를 이용한 스프링으로 차량 현가 장치의 부품으로 사용되며 타제품에 비해서 승차감이 매우 우수하기 때문에 고속전철 등의 대형 고급 수송기관의 현가장치 부품으로 주로 쓰이고 있다[1].

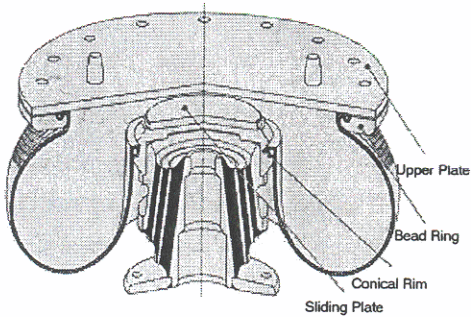


Fig. 1 Mounting hardware of a diaphragm type air spring

공기 스프링은 고무재질을 모재로 하고 있으므로 비선형 탄성재질과 비압축성의 특징을 가지게 되며[2], 에어백의 소재로 고무 모재의 내부에 보강섬유가 함침된 복합재료를 사용하므로 공기 스프링은 고무와 보강섬유와의 연결방향과 접착력에 따라 이방성과

비선형성을 가지게 된다. 또한, 대변형에 의한 기하학적 비선형성을 가지며, 에어백과 비드부사이에 접촉이 일어나게 된다. 다이아프램형 공기 스프링의 개략도는 Fig. 1에 독일 Continental사의 684N 모델로 도시하여 설명하였다.

지금까지 공기 스프링의 해석에서는 단순한 탄성이론해 등을 적용하여 근사해를 구하는 방법이나 전체의 형상이 아닌 부분적으로 코드지의 적층각에 대한 하중-변위곡선을 구하는 정도였다. 그러나 이러한 해석은 많은 가정이 포함되어 있어 실제 고무부품의 변형을 모사하는데 상당한 차이를 보이므로 설계 문제 발생 시에는 큰 도움을 주지 못한다. 현재까지의 해석은 공기 스프링을 단순한 형태의 모델로 가정하여 해석을 한 예[3,4]와 내부의 코드지를 직접 또는 간접적으로 모델링하여 해석을 한 예[5,6]가 있다.

Maßmann [6]은 롤링 로브형의 공기 스프링을 각각 한 개의 보강섬유로 이루어진 두 개의 코드지로 모델링하여 미시적인 모델과 거시적인 모델에 대하여 전단변형을 해석을 하였다. 이러한 해석 예를 살펴볼 때 에어백의 재질과 보강재의 적층각도, 내부 공기의 압력의 설정과 초기의 에어백의 형상 등이 해석 시 중요한 변수가 된다고 할 수 있다.

본 논문에서는 가상일의 원리에 의하여 지배방정식의 적분형을 유도하였고, 개량 라그랑지안 수식화로부터 증분해석을 수행하였

다[7,8]. 고무재료의 물성은 탄성으로 Hooke의 법칙을 만족한다고 가정하였으며[9], 기하학적인 비선형성을 고려하였다. 코드지의 물성치는 Halpin-Tsai식을 이용하여 미소역학적으로 구하였고[10], 초기 코드지의 각도를 고려하여 직교이방성 재료로 모델링하였다. 유도된 수식화를 이용하여 2차원 축대칭 요소로 모델링하였으며, 제시된 이론을 바탕으로 대변형 유한요소 프로그램을 구성하여 코드지 적층각에 따른 다이아프램형 공기스프링의 변형해석을 수행하였다.

2. 이론

2.1 개량 라그랑지 수식화에서의 가상일의 원리

가상일의 원리에 의한 지배방정식의 약형은 가상변위를 곱하여 적분하고, 발산정리를 이용하여 경계조건을 대입한 후 대변형 문제를 해석하기 위해 개량 라그랑지안 수식화를 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\int_{\Omega} T_{ji} \bar{u}_{i,j} d\Omega = \int_{\Omega} \rho^{\circ} b_i \bar{u}_i d\Omega + \int_{\Gamma_f} t_i^{\circ} \bar{u}_i d\Gamma \quad (1)$$

여기서, ρ 는 물체의 밀도를 나타내며, b_i 는 물체력벡터이다. u_i 는 변위벡터로서 Γ_d 에서는 g_i 로 규정되는 벡터함수를 갖는다. t_i 는 단위수직벡터가 n_i 로 표시되는 Γ_f 에 작용하는 표면력벡터이다. \bar{u}_i 는 임의의 가상변위 벡터이다. T_{ji} 는 Cauchy 응력텐서와 $T_{ji} = JX_{j,i} \sigma_{ji}$ 와 같은 관계를 갖는 1차 Piola-Kirchhoff 응력텐서이고, J 는 좌표변환 행렬의 행렬식이며, 위 첨자 $^{\circ}$ 는 변형전 초기형상의 함수값임을 나타낸다.

개량 라그랑지 수식화에서는 임의시간 t 에서의 형상 Ω^t 를 기준좌표계로 지정하는 Δt 동안에 미소변형을 하는 것으로 가정한다. 이때의 변형이 미소하므로 모든 정적, 동적변수를 $\Delta T_{ji} \approx \Delta \sigma_{ij}$ 로 가정되는 Ω^t 에서의 값으로 물체력벡터를 제외할 경우 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\int_{\Omega} (\Delta \sigma_{ki} \delta_{jk} + \sigma_{ji} \Delta u_{k,k} - \sigma_{ki} \Delta u_{j,k}) \bar{u}_{i,j} d\Omega = + \int_{\Gamma_f} t_i^{t+\Delta t} \bar{u}_i d\Gamma - \int_{\Omega} \sigma_{ji} \bar{u}_{i,j} d\Omega \quad (2)$$

2.2 구성방정식 및 유한요소 근사화

유한 회전효과를 허용하면서, 회전대상성(Objectivity)을 갖는 Jaumann 증분(∇)을 Cauchy 응력텐서에 도입하고 재료의 성질을 Hooke의 법칙을 따르는 탄성재료로 가정하며, 이에 따른 재료의 구성방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla \sigma_{ij} = D_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl} \quad (3)$$

여기서, D_{ijkl} 은 등방성 탄성재료인 경우 식(4)과 같이 표시되는 재료의 특성텐서이다.

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (4)$$

여기서, λ 와 μ 는 제1, 제2의 Lamé 상수이며, 탄성계수 E 와 푸아송비 ν 로부터 구할 수 있다. 재료의 구성텐서 D_{ijkl} 는 일반적으로 1축 인장시험을 통해 간단히 구해진다. 식(2)에 식(3), (4)를 대입하면 다음과 같은 유한요소 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$K^{(n,i)} \Delta u^{(n,i+1)} = P^{(n+1)} - F^{(n,i)} \quad (5)$$

3. 공기 스프링의 유한요소 해석

본 논문에서 해석할 공기 스프링은 Fig. 1에 나타나 있는 독일의 Continental사의 다이아프램형 684N 모델이다. 공기 스프링은 상판, 슬라이딩판, 비드링과 에어백으로 구성되어 있으며, 에어백은 나일론섬유와 CR재 고무복합재료의 6겹 코드지와 네오프렌 재질의 내피와 외피로 구성되어 있다.

Table 1 Design variables of 684N model diaphragm type air spring

Design Variables	Data (4bar)
Total Height(HT)	320mm
Designed Height(A)	87mm
Fold Height(FH)	254mm
Outer Diameter(Do)	720mm
Vertical Deflection(dz)	± 60mm
Effective Area(A _{eff})	2050cm ²
Vertical Force(FV)	123kN(6bar)

공기 스프링의 설계변수는 전체높이(Total

Height), 설계높이(Designed Height), 외경(Outer Diameter), 높이(Fold Height), 유효면적(Effective Area), 수직력(Vertical Force)과 수직변위(Vertical Deflection)등으로 본 해석에서는 일정한 설계높이에서 내압에 따른 외경과 높이, 그리고 지지하중인 수직력의 변화를 제품의 사양선도와 비교하였다. 684N 모델의 설계변수를 Table 1에 나타내었다[11].

본 논문에서 변형해석에 사용된 공기 스프링의 에어백의 유한요소 모델과 경계조건은 Fig. 2에 도시하였다.

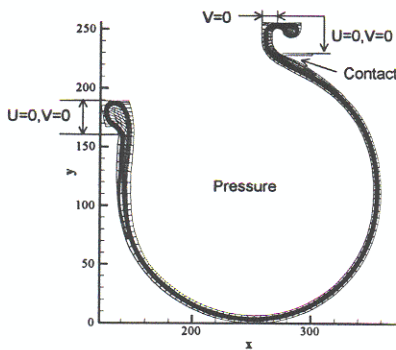


Fig. 2 Initial mesh of the 684N diaphragm air spring with boundary condition

공기 스프링의 형상은 4기압을 기준으로 되어있으며, 유한요소는 2차원 축대칭 요소로 4절점 연속체요소를 사용하였으며 유한요소 절점의 수는 1563개이고, 요소의 수는 1419개이다. 6점의 코드지를 각각 유한요소로 모델링하였고, 코드지 및 비드부의 형상을 실제와 유사하게 모델링하였다. 경계조건은 에어백의 내부에 내압을 4기압에서 6기압까지 부과하였고 비드부는 x, y방향으로 부위별로 고정을 시켜주었으며, 상부 비드링과는 접촉해석이 가능하도록 하였다. 해석에 사용된 물성치는 고무모재와 나일론66 섬유의 물성치로부터 Halpin - Tsai식을 이용하여 구하였다.

고무모재의 물성치는 탄성계수는 3.3MPa, 푸아송비는 0.49이며 나일론66 섬유의 물성치는 탄성계수는 1.83GPa, 푸아송비는 0.3이다. 부피비는 나일론66 섬유의 직경과 모재의 두께로부터 구하였다. 섬유의 직경은 0.5mm로 고정을 시켰고, 고무 모재의 두께는 유한요소의 크기에 따라 적용시켰다. 코드지의 각도는 경도를 기준으로 하여 $\pm 45^\circ$ 의 각을

가진 경우로 가정을 한 경우와 Fig. 3에 나타난 684N 다이어프램 공기 스프링의 실제 각도를 측정하여 커브피팅(curve fitting)한 각을 사용하였다.

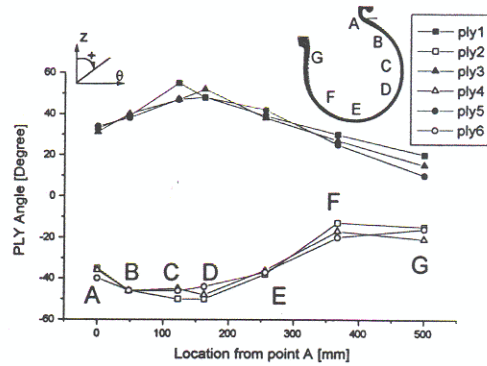
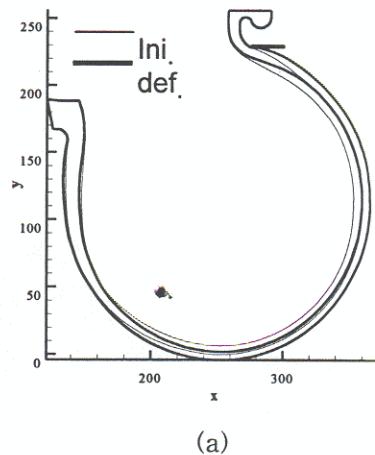


Fig. 3 Measured cord angles of the 684N diaphragm air spring

본 논문에서는 코드지각에 따라 두 가지 경우에 대해 해석을 하였다. CASE1은 코드지각이 일정한 조건이고, CASE2는 측정된 코드지의 각도를 적용한 경우이다.

Halpin - Tsai식을 이용한 재료의 물성치는 $E_{11} = 1000\text{MPa}$, $E_{22} = 19.53\text{MPa}$, $E_{33} = 15.04\text{MPa}$, $G_{12} = 194.07\text{MPa}$, $G_{13} = 194.07\text{MPa}$, $G_{23} = 100.05\text{MPa}$, $\nu_{12} = 0.3864$, $\nu_{13} = 0.3864$, $\nu_{23} = 0.3651$ 이다.

각 경우에 대해 변형전 형상과 변형 후의 형상을 Fig. 4에 도시하였다. Fig. 4에서 이방성 재료의 특징이 잘 나타나며, 변형형상이 크게 차이는 나지 않지만 에어백이 팽창되어 이동하는 경향이 조금씩 다를 수 있다.



(a)

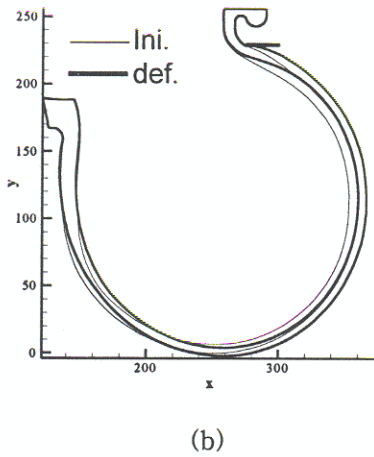


Fig. 4 Initial and deformed shapes of the 684N diaphragm air spring:
(a) CASE1; (b) CASE2

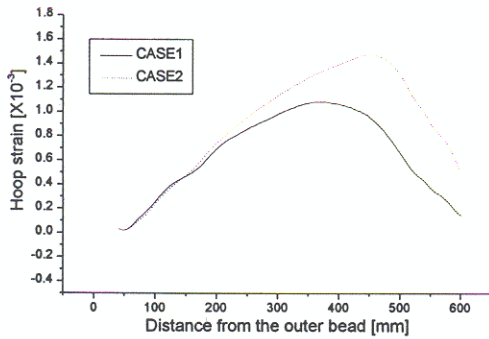


Fig. 5 Hoop strain distribution

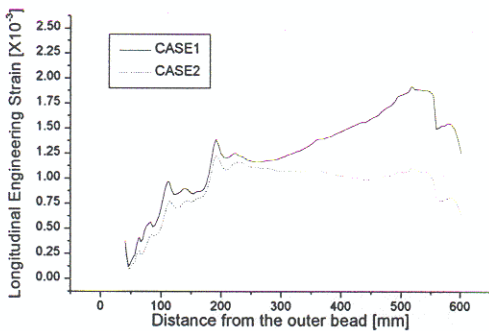


Fig. 6 Longitudinal strain distribution

Fig. 5에 나타난 후프방향 변형률에서 내측에서 섬유의 교차각이 작아서 변형이 크고, 에어백이 외측으로 이동하는 경향에 의해서 후프방향으로 변형률이 크게 나타나게 된다. 따라서, 상대적으로 Fig. 6에 나타난 경도방향 변형률이 섬유의 교차각을 일정하게 한 경우에 내측에서 큰 값을 가짐을 알 수 있다. 변형 특성으로 볼 때 에어백이 부풀어오르는 경우와 부풀어오르면서 팽창하는 경우의 두 가지 모드가 나타나는 것으로 볼 수 있다.

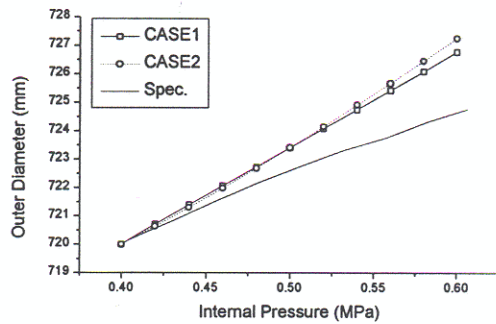


Fig. 7 Outer diameters vs. internal pressure

Fig. 7에 나타난 내압에 따른 외경의 변화는 2가지의 경우에 거의 비슷한 양상을 보이고 있고 해석에서 나타난 외경의 변화가 제품 사양선도의 값보다 조금 크게 나와 해석이 조금 과장되게 예측을 하고 있다. 이것은 사용된 재료의 물성치의 비정확성과 실제의 변형에서는 코드지각이 변형에 따라 변화하여 외경이 더 커지지 않는 쪽으로 강성을 가지게 되나 본 해석에서는 변형 중에 코드지각의 변화를 추적하는 것을 고려하지 않았으므로 생기는 결과로 보여진다. 추후에 코드지각의 변화를 추적할 수 있도록 해석을 하면 외경의 변화를 잘 모사 할 수 있을 것으로 예상된다.

Fig. 8에 나타난 높이의 변화를 보면 4가지의 경우에서 초기각도를 일정하게 주지 않고 변화하도록 주었을 때 처음의 변화는 크게 일어나지만 점점 안정화되고 있어 긍정적인 결과를 보여주고 있다. 이 결과는 선도상에서 크게 보여지나 실제로 변화의 정도가 수 mm 정도에서 이루어지는 것으로 제품의 사양선도와 유사한 경향을 나타냄을 알 수 있다.

Fig. 9에 나타난 지지하중은 2가지의 경우에 모두 일치하는 것을 알 수 있으며, 하중지능력 변화율이 제품의 사양선도와 잘 일치

하는 것을 볼 수 있다. 선도상에서 보이는 두 값의 차이는 본 해석이 4기압에서의 형상을 초기형상으로 함에 따른 해석 시점에서의 공기 스프링의 초기 내부 응력값의 차이이다.

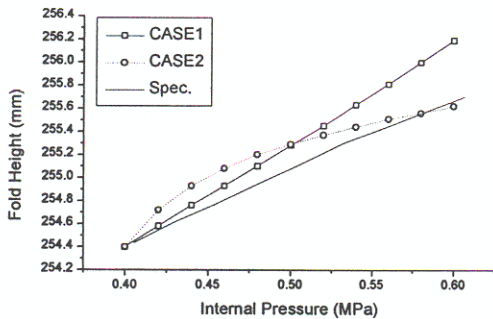


Fig. 8 Fold heights vs. internal pressure

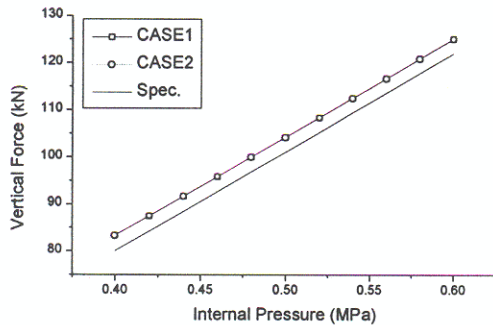


Fig. 9 Vertical forces vs. internal pressure

4. 결론

본 논문에서는 다이어그램형 공기 스프링의 유한요소 해석을 위해 자체 프로그램을 개발하였다. 개발된 코드에는 대변형을 고려한 비선형성과 접촉을 고려하였고, 직교 이방성 재료의 모델링과 형상에 따른 회전효과를 고려하였으며 코드지의 각도를 고려할 수 있도록 되어 있다.

다이어그램형 공기 스프링의 모델링은 제품을 분석하여 실제의 형상을 잘 모사할 수 있도록 모델링을 하였고, 6겹의 코드지 각도를 정확히 고려하였다. 내압을 부과하여 변형 해석을 수행하였고, 이방성 재료로 모델링하여 해석을 수행하였다. 코드지 각도에 따라 2가지 경우의 해석을 통하여 내압에 따른 외경의 변화와 높이, 지지하중 선도를 얻었고 이 결과는 제품의 사양선도의 값과 잘 일치

함을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 건설교통부와 산업자원부 및 과학기술부에서 시행한 G7 고속전철 기술개발사업에 의하여 연구한 결과 중 일부이며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. 대원강업(주), 전철용 Bolsterless Air spring 국산개발 결과 요약. (1995)
2. J. E. Morton, Rubber Technology, 3rd Ed., Van Nostrand Reinhold, New York. (1987)
3. B. Agnew, "A note on the design of air springs," *Proc. Instn. Mech Engrs.*, vol. 205. (1991)
4. A. Boros, F. Kovacs and K. Lengyel, "Modelling of Axial-Symmetric-Fibre-Reinforced Rubber Membranes Loaded by Inner Pressure. Computer Simulation of Air - Springs," *International Rubber Conference (IKT/IRC 91)*, pp.487-489. (1991)
5. C. Maßmann, "FE-Berechnungen an Cord-Gummi Verbundwerkstoffen zur Ermittlung von Ermüdungs-mechanismen in Luftfedern," *Kautschuk Gummi Kunststoffe*, vol. 48, pp. 423-429. (1995)
6. Hibbit, Karlsson and Sorenson Inc., *ABAQUS/Standard Manual*. (1996)
7. R. M. McMeeking and J. R. Rice, "Finite Element Formulations for Problems of Large Elastic-plastic Deformation," *Int. J. Solids Structures*, Vol.11, pp.601-616. (1975)
8. H. Huh and Y. K. Kwak, "Finite Element Stress Analysis of the Reinforced Tire Contact Problem," *Comput. Struct.*, Vol. 36, No. 5, pp.871-881 (1990)
9. 김세호, 이형욱, 허훈, 이종화, 오승탁, "유한요소법을 이용한 등속조인트 고무 부트의 변형해석 및 설계변경에의 응용," 한국자동차공학회 논문집, vol. 6, No. 3, pp. 123-137. (1998)
10. 이대길, 1993, 복합재료 역학 및 가공론, 성안당.
11. CONTINENTAL Co., CONTI Air Springs and Air Suspension Systems for rail vehicles.