생존분석 기법을 이용한 기업 도산 예측 모형

남재우 · 이희경

한국과학기술원 테크노경영대학원
서울시 동대문구 청량리동 207-43

Abstract

In this paper, we investigate how the average survival time of listed companies in the Korea Stock Exchange (KSE) are affected by changes in macro-economic environment and covariate vectors which show peculiar financial characteristics of each company. We also apply the survival analysis approach to the dichotomous firm failure prediction and the results show a similar pattern of forecasting performance using the existing dichotomous prediction techniques. These findings suggest that, when we consider a bankruptcy model under a certain economic event, the survival approach can be a useful alternative to the existing dichotomous prediction methods since the approach provides estimation of average survival time as well as simple binary prediction.

1. 서론

최근의 외환 위기 사태를 거치면서 과거에 비해 기업의 도산 확률이 상대적으로 높아짐으로 인하여 금융기관뿐만 아니라, 기업 내부의 의사 결정자에게 있어서도 자사의 부실화 정도에 대한 조기 경보 체제(early warning system)의 구축이라는 관점에서 보다 효율적인 정량적 기업 도산 예측 모형에 대한 실무적 관심이 증가되고 있다.

기업 도산에 관련된 기존의 연구 방법론[1]들은 기본적으로 이분류(dichotomous classification) 예측 모형으로 분류되어 질 수 있다. 즉 전체 기업이 건전과 부실이라는 두 개의 모집단에서 추출되어져 나온 표본이라고 가정하는 것이다. 이럴 경우 사전적으로 건전 기업인지 도산 기업인지를 알고 있는 모형 구축 단계에서의 적합성은 높지만 사후적으로 건전 또는 도산을 판별해야 하는 예측 단계에서의 예측력은 크게 떨어지게 된다. 이에 비하여 생존분석(survival analysis) 기법은 이분류 모집단이 아닌 하나의 동일 모집단을 가정하고 있으며, 건전기업의 경우는 사망이 관측되지 않은 중도 절단 자료(censored data)의 형태로 간주되므로 가정에 있어서 보다 덜 제약적인 분석 기법이라 할 수 있다.

본 연구에서는 IMF 기간 중 한국의 제조업종 내에서 표본 추출된 112개 기업에 대하여, 각 기업의 재무제표 변수를 이용하여 '급격한 외환 부족' 이라는 특정 경제적 사건에 대해 개별 기업이 얼마나 적응해 나갈 수 있는가를 생존분석 기법을 이용하여 분석함으로써, 기존의 이분류 도산 예측 모형과 다른 차원의 결과 해석을 제공하고, 또한 이분류 예측의 관점에서도 생존분석이 효과적으로 이용될 수 있음을 보이고자 한다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장의 이론적 고찰에서는 본 논문의 주요 연구 방법론인 생존분석 기법과 기업 도산 모형에 적용 가능한 몇 가지 파생 모형에 대해 고찰해 보고, 3장의 실증분석에서는 이러한 방법론을 한국의 실제 기업 자료에 적용하여 모형의 추정 및 예측을 실행하고 그 결과를 기존 이분류 예측 모형의 결과와 비교해 보았다. 4장에서는 이상의 실증분석 결과가 갖는 실무적 시사점과 분석 기법 상의 통계적 문제점, 그리고 앞으로의 연구 방향을 제시하였다.

2. 기업 도산 예측 모형

정량적 기업 도산 모형은 Beaver(1967)의 이원 분류 검정(Dichotomous classification test)과 같은 단변량 분석 기법에서 출발하여 Altman (1968)의 다변량 판별 분석, 그리고 Ohlson(1980)의 로짓 모형(Logit model), Zmijewski(1984)의 프로빗 모형(Probit model) 등으로 대표되어지는 이산 확률 모형(discrete probability model)과 같은 다변량 분석 기법으로 발전하여 왔다. 최근 들어서는 신경망(neural network)이나 반복적 분할 알고리듬(Recursive partitioning algorithm)과 같은 탐색적 기법(heuristic algorithm)에 대한 관심이 증대되고 있으나, 자료 의존적 방법론의 특성상 과다 식별의 문제와 예측 모형의 범용성 또는 일반성의 문제점 등이 지적되고 있다.

2-1. 이산 확률 모형

본 연구에서 생존분석 모형과 비교 모형으로 사용된 이산 확률 모형은 판별 분석에 비해 다변량 정규 분포 가정의 위배에 대해서 보다 안정적(robust)인 추정 결과를 보이는 것으로 알려져 있다. 정규 분포하는 오차항을 가정한 프로빗 분석은 종속변수가 1 또는 0의 범주형 변수로 되어 있을 때 다음과 같은 형태의 확률 모형을 의미한다.

$$\Phi^{-1}[P(Y=1 \mid x)] = \beta_0 + \beta_1 x \qquad (2\text{-}1)$$

Φ : 표준 정규 분포의 누적 분포 함수.

이러한 기존의 연구 방법론들은 기업의 도산과정(failure process) 자체가 안정적 과정이라는 가정을 필요로 한다. 그러나 기업 도산의 징후들은 단기간이 아니라 오랜 기간에 걸쳐 누적되어지며 이러한 일련

1) 자세한 내용은 Dimitras *et. al.* (1996) 참조.

의 과정을 하나의 도산과정으로 생각할 때, 이 도산과정은 전형적인 불안정적 과정의 특성을 나타내게 된다. 그러므로 특정한 시점의 횡단면 자료 만을 이용하고 있는 기존의 기업 도산 모형은 기본 가정에 있어 도산과정이 안정적이라는 가정상의 심각한 오류를 범하고 있는 것으로 볼 수 있으며(Chen and Lee (1993)), 또한 이는 본 연구에서 주요 연구 방법론으로 사용하는 생존분석 기법이 보다 적절한 분석 모형임을 의미한다고 할 수 있다.

2-2. 단변량 생존분석

특정 경제적 사건의 도래 시점을 t_0, 기업의 도산 시점을 T라고 했을 때, 기간 $t = T - t_0$ 를 기업의 생존기간으로 정의할 수 있다. 편의상 $t_0 = 0$으로 가정하면 기업의 생존기간(T)은 아래와 같은 확률밀도함수 $f(t)$를 갖는 확률변수가 된다.

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{Pr(t \le T \le t + \Delta t)}{\Delta t} \qquad (2\text{-}2)$$

이의 확률누적함수를 $F(t)$라 하면, 기업이 t-시점까지 살아남을 확률로 정의되는 생존함수(survival function; $S(t)$)는 다음과 같이 정의된다.

$$S(t) = Pr(T \ge t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(u)du \qquad (2\text{-}3)$$

또한 위험의 정도(intensity to fail)를 의미하는 위험함수(hazard function; $h(t)$)는 다음과 같이 τ 시간까지 살아 남았다는 조건하에서의 순간 조건부 확률에 대한 극한치로 정의된다.

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{Pr(t \le T \le t + \Delta t \mid T \ge \tau)}{\Delta t} \qquad (2\text{-}4)$$

2-3. Cox의 비례위험(Proportional Hazard)모형

위에서 정의된 위험함수는 특정 경제적 사건이 모든 기업에 대해 공통적으로 미치는 위험의 크기를 모형화하고 있으므로 기저위험함수(baseline hazard function; $h(t \mid 0)$)라고 한다. 그러나 개별 기업마다 그 고유한 특성에 따라 실제로 나타나는 위험함수의 크기는 각기 다를 수 있으며, Cox는 이러한 개별 위험함수가 기저위험함수에 비례한다고 가정하여 아래와 같은 비모수적 모형인 비례위험 모형(proportional hazard model; PH-모형)을 제시하였다.

각 기업의 재무구조, 성장성, 수익성 등을 나타내는 재무제표 변수들을 개별 기업의 특성에 대한 대리변수라고 할 때 k개의 변수로 이루어진 i-기업의 공변량 벡터는 x_i : $k \times 1$ 으로 나타나게 된다. 이 때 $x_i = 0$ 인 경우의 위험함수를 기저위험함수라고 한다. 공변량 벡터를 지수함수의 형태로 가정하면, i-기업에 대한 개별위험함수($h(t \mid x_i)$)는 다음과 같이 기저위험함수와 공변량 벡터의 곱으로 표현된다.

$$h(t \mid x_i) = \exp\{x_i'\beta\} \cdot h(t \mid 0) \qquad (2\text{-}5)$$

생존분석 모형과 다른 분석 기법과의 가장 큰 차이점은 중도 절단된 자료(censored data)를 모형화 한다는 점이다. 생존분석을 위한 실험의 설계 과정에서 필연적으로 발생하게 되는 중도 절단의 양상은 크게 세 가지 형태로 나눌 수 있는데, 본 모형에서는 종료시각의 임의 설정에 의해 발생되는 우방 중도 절단(right censored)의 형태만을 포함하고 있다.[2)]

기저위험 함수에 대한 특정 분포를 가정하지 않고 (2-5)식의 위험함수를 추정하기 위하여 Cox(1972)는 다음과 같은 편우도(partial likelihood) 함수를 제시하였다.

$$\log L(\beta) = \sum_{i=1}^{k} \frac{\exp(x_i'\beta)}{\sum_{j \in R(t)} \exp(x_j'\beta)} \qquad (2\text{-}6)$$

(2-6)식을 최대화 하는 최우 추정치는 점근적으로 정규분포 하며 공분산 행렬의 추정량 역시 일치성을 갖는 것으로 알려져 있다. (Lawless (1982))

2-4. 가속화 고장시간(Accelerated failure time)모형

PH-모형이 일반적인 우도 함수를 구성할 수 없는 이유는 식(2-6)이 개별위험함수와 기저위험함수 간의 비례 관계 만을 모형화 할 뿐 관측치에 대한 완전한 확률모형이 아니기 때문이다. 이러한 이유로 생존분석의 틀에서 이분류 예측을 수행하려면 모수적 방법론인 가속화 고장 시간 모형(accelerated failure time model; AFT-모형)이 보다 적합하다고 볼 수 있다.

가속화 고장 시간 모형은 위험함수가 아닌 생존시간 간의 비례관계를 로그-선형(log-linear)의 형태로 모형화 한다. 이 때, 공변량 값이 0인 경우의 생존시간을 의미하는 기저생존시간(T_0)에 대해 특정한 기저분포(baseline distribution)를 가정하여[3)] 다음과 같이 생존시간(T)을 모형화 한다.

$$T = \exp(\beta x) \cdot T_0 \qquad (2\text{-}7)$$

생존시간에 영향을 주는 공변량이 p개 존재한다고 가정하고, 척도모수(scale parameter; σ)를 포함한 후 로그를 취하면 다음과 같은 AFT-모형이 구축된다.

$$\log T = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_p x_p + \sigma\varepsilon \qquad (2\text{-}8)$$

본 연구에서는 와이블 분포를 가정한 AFT-모형을 이용하여 기존의 이분류 기업 도산 모형의 예측 결과와 생존분석 모형의 이분류 예측 결과를 비교하였다.

3. 실증 분석

3-1. 자료의 구성

기업 도산에 대한 명시적 정의는 한국증권거래소의 '상장기업관리기준'에 준하였으므로 기업의 도산 시점은 관리 종목으로 편입된 날짜를 기준으로 계산되었다. 그러나 생존분석에서 중요한 변수인 생존기간(T)을 계산하기 위해서는 사건의 시작 시점을 사전적으로 정의해야만 한다. 이상호(1998)의 연구에서는 개별 기업의 창립일자를 시작 시점으로 하여, 현 시점의 재무제표 변수로서 기업의 전체 수명을 설명하고자 하였으나 이는 도산과정이 오랜 시간에 걸쳐 안정적 과정으로 유지된다는 기존 이분류 분석 모형의 오류를 여전히 내포하게 된다.

본 연구에서는 연구 기간(study window)의 크기를 IMF 기간으로 제한함으로써 도산과정에 대한 무리한 안정성 가정을 완화하고자 하였으며, 이로 인하여 예측 결과에 대한 해석 또한 제한적일 수 밖에 없음을 전제하고자 한다. 이는 급격한 원유 가격의 하락에 따른 정유 관련 회사의 생존분석을 수행했던 Chen and Lee(1993)의 작업과 유사한 접근법이라 하겠다.

---

2) 자세한 분류는 Kiefer(1988) 참조.

3) 주로 와이블(weibull), 로그-정규(log-normal), 지수분포(exponential) 등이 이용된다.

그러므로 본 연구에서는 본격적인 외환 부족의 영향력이 나타나기 시작한 시점이 1997년도 초반이라는 점과, 년 말에 한번씩 공개되는 재무제표의 비적시성을 고려하여 1997년 1월 1일을 그 시작 시점으로 정의하였으며[4] 실험 계획의 일환으로 사전적으로 설정하게 되는 종료 시점은 외환 부족의 영향력에서 거의 벗어난 것으로 파악되는 1998년 8월 31일을 종료 시점으로 설정하였다. 실험 기간은 총 20개월이며 생존기간은 주 단위로 측정되므로 이는 약 86주에 해당한다. 즉 우방 중도 절단된 자료에 해당되는 건전기업의 생존 기간은 모두 86주로 기록되게 되며 공변량 변수들은 1997년 12월 말 결산 자료의 값이다.

표본 선정 방식에 있어, 본 연구는 제조산업 내의 모든 업종을 포괄하고 있으므로 Lev and Mandelker (1972)의 주장과 같이, 업종간의 차이 등에서 오는 체계적인 편이(systematic bias)를 줄일 수 있는 쌍대 표본 방식을 채택하였다.

3-2. 공변량 변수 설정

기업 재무제표 변수를 크게 8개의 범주로 나누어 총 49개의 변수를 선정하였다. 여기에 기업의 규모를 감안하기 위하여 매출액 변수를 추가하였으며, 비 재무제표 변수로 주식 수익률 관련 변수를 추가하여 모두 52개 변수를 초기 분석 대상으로 설정하였다.

선행 작업은 기존의 이분류 도산 예측 모형에서와 마찬가지로, 건전기업과 부실기업 간의 변별력을 나타내는 변수를 일차 선정하기 위하여 t-검정을 실시하여 5% 유의수준 하에서 22개의 변수를 일차 선정하였다. 일차 선정된 변수들 간에는 높은 다중 공선성(multi-collinearity)이 존재하며, 특히 같은 범주에 들어있는 변수들 간에는 높은 양의 상관 관계를 보이므로 가능하면 하나의 범주에서는 하나의 변수가 선택되도록 하여 최종적으로 5개의 변수를 선택하였다.

<표 3-1> 최종 선정 변수 정리

	생존분석	프로빗모형	범주
X1	총자본경상이익율	매출액경상이익율	수익성
X2	고정비율 (고정자산/총자산)	고정비율 (고정자산/총자산)	자본구조
X3	총자본회전율	판매관리비율	활동성 원가지표
X4	유동부채증가율	유동부채증가율	성장성
X5	재고자산회전율/ 매입채무회전율	재고자산회전율/ 매입채무회전율	결합지표

3-3. 비례 위험 모형 분석

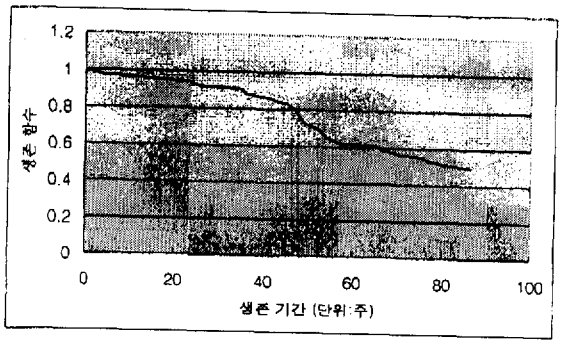
PH-모형 분석에 앞서 먼저 공변량을 고려하지 않은 시계열 관점에서의 기저생존함수를 구해 보면 <그림 3-1>과 같다. 실제 자료로부터 생존 함수를 추정하는 데는 여러 가지 방법이 있지만 여기서는 비모수적 방법인 Kaplan-Meier의 누적한계추정법(product -limit method)을 이용하였다.

시간에 따른 기저생존함수 값의 변화를 살펴보면, 97년 11월에서부터 98년 2월까지[5] 가장 급격하게

4) 경제적 사건의 시작 시점에 대한 설정은 생존 기간 계산에 직접적으로 반영되는 민감한 문제이므로 보다 엄밀한 통계적 분석을 통해 설정되어야 하리라 본다.

5) 그래프의 X-축 변수인 주 단위 생존기간으로 환산하면 약 44주에서 58주 사이의 기간에 해당된다.

<그림 3-1> 추정된 기저 생존 함수



생존 확률이 감소하고 있음을 볼 때 이 시기에 기업들의 도산이 가장 극심했음을 알 수 있다. 이러한 기저생존함수를 바탕으로, 식(2-5)의 PH-모형을 이용하여 다수 개 공변량의 영향력을 포함하는 개별 기업의 생존함수를 추정한 결과는 다음과 같다.

<표 3-2> PH, AFP-모형 추정 결과

	예상부호		추정치		p-value	
모형	PH	AFT	PH	AFT	PH	AFT
X1	-	+	-0.0579	0.0275	0.0001	0.0001
X2	-	+	-0.0270	0.0130	0.0002	0.0044
X3	-	+	-2.0472	0.9696	0.0001	0.0002
X4	+	-	0.0111	-0.0054	0.0003	0.0005
X5	+	-	0.8476	-0.4068	0.0001	0.0001

5개의 모든 변수들은 1% 유의수준 하에서 의미있는 변수로 추정되었으며, 추정치의 부호도 이론적 예상치와 일치하는 결과를 보이고 있다. 추정 결과를 회귀식 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\lambda(x) = \lambda(0) \cdot e^{[-0.058X_1 - 0.027X_2 - 2.047X_3 + 0.011X_4 + 0.848X_5]} \quad (3\text{-}1)$$

총자본 경상 이익율(X1)에 대한 민감도 분석을 해 보면, 기업의 경상 이익이 한 단위 증가하게 되면 위험함수의 변화량은 $e^{-0.058\times 1} = 0.94$로 계산되며 이는 다른 상황이 동일하다고 할 때, 경상 이익의 1% 증가는 기업의 도산 위험률을 0.94 배 감소시키게 됨을 의미한다.

3-4. 이분류 기존 모형과의 비교

예측 성과의 비교가 의미를 갖게 하기 위하여 프로빗 분석에서도 추정치가 최대 적합도를 갖도록 독립적인 변수 선택 과정을 수행하였다. 구체적인 선택 과정은 생존분석의 경우와 동일하며 선택된 변수는 생존분석의 결과(표3-1)와 거의 일치하는 것으로 나타났다. 이분류 예측을 위한 AFT-모형은 위험함수를 이용한 생존분석과 같은 범주이므로 PH-모형과 동일한 공변량 변수를 사용하였으며, 기저분포로는 와이블 분포를 가정하였다. 최종 추정된 AFT-모형의 결과는 <표 3-2>와 같으며 추정된 모형을 회귀식 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\log(T) = 3.731 + 0.028X_1 + 0.013X_2 + 0.970X_3 - 0.005X_4 + 0.514 \cdot \varepsilon \quad (3\text{-}2)$$

이렇게 추정된 AFT-모형을 이용한 표본 내 이분

류 예측 성과 비교는 다음과 같은 방법으로 수행하였다. 프로빗 분석의 경우에 있어서는 누적 정규 분포 함수를 이용하여 부실 확률 값으로 전환하였으므로 그 확률 값이 0.5 이상인 경우 부실기업으로 판정하였으며 0.5 이하인 경우를 건전기업으로 판정 하였다. AFT-모형을 이용한 생존분석에 있어서 이분류 예측 작업은 개별 공변량 변수의 평균값에 해당하는 기대 수명이 105주로 추정되었으므로, 이를 기준으로 하여 기대 수명이 105주 보다 짧은 기업은 부실기업으로 판정하고, 105주 보다 긴 기업은 건전기업으로 판정하였다[6]. 표본 내 예측력 비교 결과는 < 표 3-6 >과 같다.

<표 3-3> 표본 내 예측력 비교

	프로빗 분석		생존 분석		
	부실(1)	건전(0)	부실(1)	건전(0)	
건전(0)	17 (30%)	39 (70%)	12 (21%)	44 (79%)	56 (50%)
부실(1)	42 (75%)	14 (25%)	38 (68%)	18 (32%)	56 (50%)
	59 (53%)	53 (47%)	50 (45%)	62 (55%)	112 (100%)

건전기업을 건전기업으로 예측할 확률은 프로빗 분석의 경우 70% 정도였으나 생존분석의 경우에는 79%로 보다 높게 나타난 반면, 부실기업을 부실기업으로 판정할 확률은 프로빗 분석의 경우 75%이나 생존분석의 경우 68%로 보다 낮게 나타났다. 부실 기업과 건전 기업이 동수로 추출된 본 표본에서 프로빗 분석은 전체의 53%를 부실기업으로 판정하였으며, 이에 비해 생존분석은55%를 건전기업으로 판정하였다. 이는 프로빗 분석은 부실 쪽으로, 생존분석은 건전 쪽으로 편이된 추정을 하고 있음을 알 수 있으며 이로 인하여 프로빗 분석에서는 부실기업 예측에 대한 적중 확률이, 그리고 생존분석에서는 건전기업 예측에 대한 적중 확률이 높게 나타나게 된 것이다. 이러한 표본 내 예측력 비교는 상이한 설명 변수, 자의적인 판별 기준 등으로 인해 구체적인 수치의 비교를 통한 분석 기법의 우열 비교는 무의미하며 다만 생존분석 기법이 건전이냐 부실이냐의 이분류 예측 모형으로도 충분히 응용되어 질 수 있음을 확인하는데 그 의의가 있다 하겠다.

4. 결론

본 연구는 생존분석의 방법론 하에서 비례 위험 모형(PH-모형)과 가속화 고장 시간 모형(AFT-모형)을 이용하여 IMF 구제 금융 기간 중 한국의 112개 제조업에 대하여 급격한 외환 부족이라는 외부 경제 환경에 대한 생존함수를 추정하였다.

기존 이분류 예측 모형 중에서 경쟁 모형으로 프로빗 모형을 선정하여 AFT-모형을 이용한 이분류 예측 성과와 비교하여 보았다. 이분류 예측 성과는 건전기업에 있어서는 프로빗 분석에 비해 생존분석이 다소 우수한 것으로 관측되었으며, 부실기업에 있어서는 프로빗 모형이 좀 더 정확한 예측을 한 것으로 관측되었다. 전체적으로 프로빗 모형은 부실쪽으로, 그리고 생존분석 모형은 건전 쪽으로 편이된 경향이 있음을 보이고 있다. 그러나 이러한 표본 내 예측 결과는 특정 자료에 국한 된 일회적 결과일 뿐 방법론상의 일반적인 우월성을 논의하기 위해서는 확장된 모의실험 같은 추가 연구가 필요할 것으로 본다.

본 연구에서 사용된 생존분석 기법 뿐만 아니라, 기업 도산 예측에 관련된 기존의 모든 연구에서의 공통적인 문제점은 도산 과정(failure process)에 대한 동태적인 접근(dynamic approach)이 이루어지지 않고 있다는 점이다. Abdel-Khalik(1993)가 지적하고 있는 급성 도산(acute failure) 기업과 만성 도산(chronic failure) 기업에 대한 구분이 분석 내에서 이루어지지 않고 있다는 점, 그리고 시변 계수(time varying parameter)의 도입에 대한 필요성 등도 결국 정태적 분석의 한계로부터 기인한 결과이다. 본 연구 역시 이 점에서 예외는 아니며, 재무제표 변수의 풍부한 역사적 자료(historical data)의 가용성을 충분히 활용해야만 한다는 측면에서도 동태적 분석 관점에서의 적절한 통계 기법의 개발이 가장 중요한 향후 연구 과제라 하겠다.

6) 본 작업은 생존분석의 이분류 예측 가능성을 탐색해 보고자 하는 것이며, 통계적으로 보다 엄밀한 예측력 비교는 향후 연구과제로 남겨둔다.

<참고문헌>

이상호, 1998, 중소전자기업의 생존요인 분석, *국제경제연구*, 4, 2, 93-112.

Abdel-Khalik, A. R., 1993, "Discussion of 'Financial ratios and corporate endurance: A case of the oil and gas industry'," *Contemporary Accounting Research*, 9, 2, 695-705.

Altman, E., 1968, "Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy," *Journal of Finance*, 23, 589-609.

Beaver, W. H., 1966, "Financial ratios as predictors of failure," in: Empirical Research in Accounting: Selected studies, *Supplement to Journal of accounting Research*, 5, 179-199.

Chen, K. C. W., and C. J. Lee, 1993, "Financial ratios and corporate endurance: A case of the oil and gas industry," *Contemporary Accounting Research*, 9, 2, 667-694.

Dimitras, A. I., and S. H. Zanakis, and C. Zopounidis, 1996, "A survey of business failure with an emphasis on prediction methods and industrial applications," *European Journal of Operational Research*, 90, 487-513.

Kiefer, N. M., 1988, "Economic duration data and hazard function," *Journal of Economic Literature*, 26, 646-679.

Lawless, J. F., 1982, "*Statistical models and methods for lifetime data*," Wiley.

Lev, B., and G., Mandelker, 1972, "The microeconomic consequences of corporate merger," *Journal of Business*, Jan.

Ohlson, J. S., 1980, "Financial ratios and probabilistic prediction of bankruptcy," *Journal of Accounting Research*, 18, 1, 109-131.

Zmijewski, M. E., 1984, "Methodological issues related to the estimation of financial distress prediction models," *Journal of Accounting Research*, 22, Supplement, 59-82.