2005 한국경영과학회/대한산업공학회 춘계공동학술대회
2005년 5월 13일 ~ 14일, 충북대학교

단위근과 수준변화에 대한 동시가설 검정

A Simultaneous Test of Unit Root and Level Change

전덕빈[1], 박대근[1]
[1]한국과학기술원 테크노경영대학원

Abstract

시계열의 구조를 정확히 파악하기 위해서는 구조변화와 단위근의 존재여부를 가설 검정하는 것이 필요하다. 하지만, 이 두 가지의 가설들은 각각 검정되어 왔고, 이에 따라 단위근도 존재하고 구조변화도 존재하거나, 어느 하나만 존재하는 시계열들을 구분하여 파악하는 데에 있어서는 한계점이 있었다. 이 논문에서는 상태공간모형과 시뮬레이션 방법에 근거하여 두 가지 가설을 동시에 검정하는 절차를 제시하여 논란이 되는 시계열들에 대해 합리적인 해결책을 제시하고자 한다.

1. 서론

시계열의 구조를 정확히 파악하기 위해서는 구조변화와 단위근의 존재여부를 가설 검정하는 것이 필요하다. 통상 시계열을 관찰해보면 구조변화와 단위근의 존재여부가 조합으로 나타나는 경우가 많으며, 이를 모형 설정 전에 눈으로는 구조를 식별하기 어려운 경우가 많아 여러 가지의 동적구조를 가정해 볼 수 있는 상황이 발생한다. 이러한 문제를 해결하기 위해 연구된 논문들은 구조변화와 단위근 각각의 주제로 진행되어 왔다.

단위근과 관련해서는 Perron(1989)이 단위근 문제에 목표를 두고 기존의 구조변화 인식방법을 토대로 불안정성 검정을 수행하였다. 구조변화 시점과 숫자, 그리고 유형은 이미 알고 있는 것으로 가정하고 문제에 접근하였다. 이러한 가정을 완화하여, Zivot et al(1992)은 시점에 대해 가정을 완화였고, Lumsdaine and Papell(1997)은 구조변화시점을 두 개로 확장하였다. 그 들의 방법은 단위근 검정에만 중점을 두었기 때문에 구조변화를 검정하는 것은 간과되었다. 만약 구조변화가 존재하지도 않는데 가설 검정식에 구조변화를 고려하게 되면, 그 식으로부터 유도된 통계량은 단위근이 존재하지 않아도 이를 기각하지 못하는 오류를 유의수준 이상으로 범하게 된다.

구조변화와 관련해서는 Chernoff & Zacks(1964), Gardner(1969)가 정상적인 시계열에의 수준변화를 감지하는 방법을 제안하였고, Box & Tiao(1975)는 수준변화와 더불어 일시적인 변화와 오차의 급격한 변화를 감지하는 방법을 제안하였다. Jun and Oliver(1985)는 이러한 문제를 상태공간모형으로 모형화 하였고, Jun(1987)에서는 기울기변화를 다루는 검정방법을 제시하였다. Chen and Lieu(1993)는 변화유형과 시점에 대한 가정을 완화하여 구조변화를 검정하는 방법을 제안하였다. 그들의 방법은 구조변화 검정에만 중점을 두었고 단위근에 대한 가설 검정은 간과되었다. 만약 단위근이 존재하지도 않는데, 차분하여 구조변화를

Copyright (C) 2005 NuriMedia Co., Ltd.

검정하게 되면 차분하지 않고 하는 경우보다 실제의 구조변화를 잘 인식하지 못하는 오류를 범하게 된다.

앞에서 언급한 바와 같이 이를 해결하기 위한 지금까지의 연구들은 한쪽의 문제에만 초점을 맞추어 분석을 하였다. 구조변화를 연구한 논문들은 단위근의 문제는 해결된 것으로 가정하고, 구조변화의 분석에 초점을 맞추어 왔고, 단위근을 연구한 논문들은 구조변화의 문제는 해결된 것으로 가정하고, 단위근 분석에 초점을 맞추어 왔다. 그러므로 이 논문에서는 이 두 가지 가설을 동시에 검정할 수 있는 절차를 제시하고자 한다. 이 통계량은 정규분포로 유도가 되지 않기 때문에 상태공간모형과 시뮬레이션으로 유도하여 구한다.

2. 모형

단위근과 구조변화를 검정하기 위한 모형은 다음과 같다. Z_t 는 t 시점에 관찰된 값을 의미하고, 관찰되지 않는 수준변수 L_t 와 1차의 안정적인 계열 상관을 지니는 오차항 C_t 로 이루어져 있다. 오차항은 p 차의 안정적인 계열 상관으로 확장 가능하다. L_t 는 전기 값 L_{t-1} 과 동일하나 M 시점에서는 구조변화를 나타내는 수준변화 Δ 가 반영되어 나타난다.

$$Z_t = L_t + C_t \qquad \text{<수식 1a>}$$

$$L_t = \begin{cases} L_{t-1} & t \neq M \\ L_{t-1} + \Delta & t = M \end{cases} \qquad \text{<수식 1b>}$$

$$C_t = \phi C_{t-1} + a_t, a_t \sim N(0, \sigma_a^2), t = 1, \Lambda, T \qquad \text{<수식 1c>}$$

여기서, $\{a_t\}$ 는 기댓값이 0이고 분산은 σ_a^2 인 독립적인 백색잡음과정(white noise)이며 L_0, Δ, $\{a_t\}$는 상호 독립이다.

다음 네 가지의 가설은 <수식1>을 활용하여 다음처럼 세운다.

H_0: $\phi = 1, \Delta = 0$

H_1: $\phi = 1, \Delta \neq 0$

H_2: $|\phi| < 1, \Delta = 0$

H_3: $|\phi| < 1, \Delta \neq 0$

첫 번째 가설 H_0 는 단위근은 존재하지만 구조변화가 존재하지 않는 것을 의미한다. 두 번째 가설 H_1 는 단위근과 구조변화가 동시에 존재하는 것을 의미한다. 이 두 개 가설사이의 검정은 단위근이 존재하는 불안정한 시계열에서 구조변화의 존재를 검정하는 것으로서 Chernoff & Zacks(Chernoff & Zacks, 1964), Gardner(Gardner, 1969), Box & Tiao(Box & Tiao, 1975), Jun(Jun, 1986), Chen and Lieu(Chen and Lieu, 1993)에 의하여 검정되었다. 세 번째 가설 H_2 는 단위근은 존재하지 않고 구조변화가 존재하는 것을 의미하며, 네 번째 가설 H_3 는 단위근과 구조변화가 동시에 존재하지 않는 것을 의미한다. 이 두 개 가설사이의 검정은 단위근이 존재하지 않는 안정적인 시계열에서 구조변화의 존재를 검정하는 것으로서 위에 언급한 논문에서 다루어 졌다. 이상은 구조변화 검정과 관련된 가설검정이었다.

H_0 과 H_2 사이의 가설검정은 구존변화가 존재하지 않는 상황에서 단위근의 존재유무를 검정하는 것이다. 이는 Dickey(Dickey, 1976)에 의해 검정되어졌다. H_1 과 H_3 사이의 가설검정은 구조변화가 존재하는 상황에서 단위근의 존재유무를 검정하는 것이다. 이는 Perron(Perron, 1989), Zivot(Zivot, 1992), Lumsdane(Lumsdane, 1997)에서 언급되었다. 이상은 단위근과 관련된 가설검정이었다.

하지만, H_1 and H_2 , H_0 and H_3 , 는 지금까지 제시되지 않았던 새로는 가설검정으로써 단위근과 구조변화의 존재유무가 모호할 경우

Copyright (C) 2005 NuriMedia Co., Ltd.

중요한 가설검정이 된다. 그러므로 상기의 가설검정은 기존의 가설검정을 포함하는 가설검정절차가 된다. 아래에서는 구존변화시점을 아는 경우와 모르는 경우로 구분하여 가설검정절차를 제시한다.

1) 구조변화시점을 아는 경우

구조변화시점을 아는 경우에 각 가설하에서의 우도는 다음과 같이 유도된다. <수식 1>에서 $\Delta = 0$ 일 경우 C_t 의 조건부 분산 η_t 는 0이며, 조건부 기댓값은 $L = L_T = \Lambda = L_0$ 일 경우 $Z_t - L$ 이다. 그러므로, 이 관측된 후의 의 조건부 분산 v_t 와 조건부 기대값 f_t 는 <수식 2>이다.

$$v_t = E(Z_{t+1}/z_t, \Lambda\ z_1) = \phi^2\eta_t + \sigma_a^2 = \sigma_a^2 \quad \text{<수식 2a>}$$

$$f_t = E(Z_{t+1}/z_t, \Lambda\ z_1) = L + \phi(z_t - L) = (1-\phi)L + \phi z_t \quad \text{<수식 2b>}$$

$\Delta \neq 0$ 일 경우 M 시점 이후 예측오차는 다음과 같다. $t = M$ 일 경우, Z_M 은 구조변화의 효과가 없는 원래의 Z_M^O 과 Δ 로 이루어져 있다, 그러므로 Z_M^O 의 예측치는 f_{M-1}^O, 이고 예측오차는 e_M^O 이다. 동일한 과정을 거치면 M 시점 이후 예측오차는 $e_t^O + (1-\phi)\Delta, t \geq M+1$ 처럼 구해지게 된다. H_3 가설하에서 우도를 구하면 다음과 같은 일반화된 형태로 구해질 수 있다. 우도 $\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_3; M)$ 은 다음과 같다.

$$e_t = Z_t - f_{t-1} = e_t + k_t\Delta \quad \text{<수식3>}$$

$$k_t = 0 \quad if\ t < M$$
$$= 1 \quad if\ t = M$$
$$= (1-\phi) \quad if\ t > M$$

$$\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_i; M) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi\sigma_a^2}\right)^n} \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{(e_t - k_t\Delta)^2}{\sigma_a^2}\right), \quad i = ,3$$

<수식 4>

각 가설의 우도를 최대화하는 추정치들을 대입한 우도는 <수식 5>와 같아진다. 괄호안의 숫자 0은 H_0 을 가리키며, 1은 H_1, 2 는 H_2, 3은 H_3 를 가리킨다.

$$\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_0; M) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_a^{2(0)}}\right)^n} \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{e_t^{2(0)}}{\hat{\sigma}_a^{2(0)}}\right)$$

<수식 5a>

$$\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_1; M) = \sum_{t=1}^{n}\Pr(M=t)\frac{1}{\left(\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_a^{2(1)}}\right)^n} \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{(e_t^{(1)} - k_t^{(1)}\hat{\Delta}^{(1)})^2}{\hat{\sigma}_a^{2(1)}}\right)$$

$$k_t^{(1)} = 1 \quad if\ t = M$$
$$= 0 \quad if\ t \neq M$$

<수식 5b>

$$\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_2; M) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_a^{2(2)}}\right)^n} \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{e_t^{2(2)}}{\hat{\sigma}_a^{2(2)}}\right)$$

<수식 5c>

$$\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_3; M) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_a^{2(3)}}\right)^n} \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{(e_t^{(3)} - k_t^{(3)}\hat{\Delta}^{(3)})^2}{\hat{\sigma}_a^{2(3)}}\right)$$

$$k_t^{(3)} = 0 \quad if\ t < M$$
$$= 1 \quad if\ t = M$$
$$= (1-\phi) \quad if\ t > M$$

<수식 5d>

우도비 통계량은 <수식 6>과 같다.

$$LR_{01} = \frac{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_0; M)}{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_1; M)} = \left(\frac{\hat{\sigma}_a^{2(1)}}{\hat{\sigma}_a^{2(0)}}\right)^n \exp\left(\frac{1}{2}\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{(e_t^{(1)} - k_t^{(1)}\hat{\Delta}^{(1)})^2}{\hat{\sigma}_a^{2(1)}} - \sum_{t=1}^{n}\frac{e_t^{2(0)}}{\hat{\sigma}_a^{2(0)}}\right]\right) \sim \frac{\hat{\sigma}_a^{2(1)}}{\hat{\sigma}_a^{2(0)}}$$

<수식 6a>

$$LR_{02} = \frac{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_0; M)}{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_2; M)} = \left(\frac{\hat{\sigma}_a^{2(2)}}{\hat{\sigma}_a^{2(0)}}\right)^n \exp\left(\frac{1}{2}\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{e_t^{2(2)}}{\hat{\sigma}_a^{2(2)}} - \sum_{t=1}^{n}\frac{e_t^{2(0)}}{\hat{\sigma}_a^{2(0)}}\right]\right) \sim \frac{\hat{\sigma}_a^{2(2)}}{\hat{\sigma}_a^{2(0)}}$$

<수식 6b>

$$LR_{13} = \frac{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_1; M)}{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_3; M)} = \left(\frac{\hat{\sigma}_a^{2(3)}}{\hat{\sigma}_a^{2(1)}}\right)^n \exp\left(\frac{1}{2}\left[\sum_{t=1}^{n}\sum_{t=1}^{n}\frac{(e_t^{(3)} - k_t^{(3)}\hat{\Delta}^{(3)})^2}{\hat{\sigma}_a^{2(3)}} - \frac{(e_t^{(1)} - k_t^{(1)}\hat{\Delta}^{(1)})^2}{\hat{\sigma}_a^{2(1)}}\right]\right) \sim \frac{\hat{\sigma}_a^{2(3)}}{\hat{\sigma}_a^{2(1)}}$$

<수식 6c>

$$LR_{23} = \frac{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_2; M)}{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_3; M)} = \left(\frac{\hat{\sigma}_a^{2(3)}}{\hat{\sigma}_a^{2(2)}}\right)^n \exp\left(\frac{1}{2}\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{(e_t^{(3)} - k_t^{(3)}\hat{\Delta}^{(3)})^2}{\hat{\sigma}_a^{2(3)}} - \sum_{t=1}^{n}\frac{e_t^{2(2)}}{\hat{\sigma}_a^{2(2)}}\right]\right) \sim \frac{\hat{\sigma}_a^{2(3)}}{\hat{\sigma}_a^{2(2)}}$$

<수식 6d>

Copyright (C) 2005 NuriMedia Co., Ltd.

두 개의 가설사이의 우도비 통계량은 MSE의 비율과 역관계를 가지고 있다. 더 큰 차원의 모수공간을 가지고 있는 가설이 대립가설가설로서 분자에 자리하고 있다. 따라서, 통계량이 적을수록 대립가설을 선택하게 된다.

2) 구조변화 시점을 모르는 경우

구조변화시점을 모르는 경우에는 주어진 M 을 가정하여 각 모수를 추정하고 우도를 추정한다. 추정된 우도 중 우도를 가장 크게 하는 M 을 구하여 구조변화 시점의 추정치로 결정한다.

$$LR_{01}(M=m) = \underset{m}{Min}\frac{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_0; M)}{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_1; M)} \sim \underset{m}{Min}\frac{\hat{\sigma}_a^{2(1)}}{\hat{\sigma}_a^{2(0)}}$$

<수식 7a>

$$\underset{m}{Min}\, LR_{13} = \underset{m}{Min}\frac{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_1; M)}{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_3; M)} \sim \underset{m}{Min}\frac{\hat{\sigma}_a^{2(3)}}{\hat{\sigma}_a^{2(1)}}$$

<수식 7b>

$$\underset{m}{Min}\, LR_{23}(M=m) = \underset{m}{Min}\frac{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_2)}{\Pr(Z_n, Z_{n-1}, \Lambda\ Z_1 \mid H_3)} \sim \underset{m}{Min}\frac{\hat{\sigma}_a^{2(3)}}{\hat{\sigma}_a^{2(2)}}$$

<수식 7c>

2. 가설검정절차

단계1: 과 H_0 과 H_1 (LR_{01}), H_0 과 H_2 (LR_{02}), 를 계산한다.

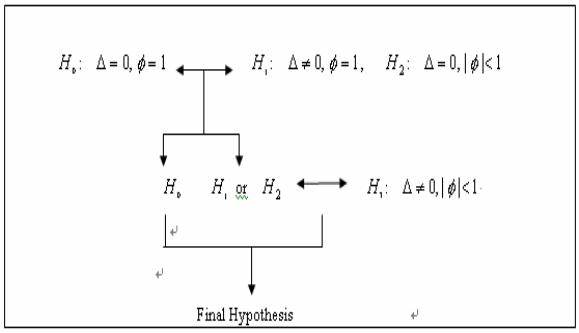
Step2: LR_{01} 과 LR_{02} 의 유의확률 중 작은 것을 구하여 유의수준과 비교한다. 유의확률이 유의수준보다 적을 때에는 유의확률이 작은 가설을 선택하고 유의확률이 유의수준보다 큰 경우에는 귀무가설 을 선택한다.

단계3: 만약 H_1 과 H_2 가 선택되면, H_1 or H_2 와 H_3 에 대한 우도비 (LR_{13} or LR_{23}) 를 추정한다.

단계4: LR_{13} 와 LR_{23} 의 유의확률을 구하고 유의수준과 비교를 한다. 유의확률이 유의수준보다 낮으면 가 선택된다. 만약 유의확률이 유의수준보다 크면 혹은 가 선택되며 가설검정절차는 끝난다.

구조변화시점을 모르는 경우에는 같은 방식으로 도출할 수 있다. 이러한 구조변화 검정절차는 변수를 하나씩 추가하면서 모수를 확장하는 다중회귀의 전방 단계법(forward selection)을 적용할 수 있는 사례가 된다. 첫 번째, LR_{01} 과 LR_{02} 가설검정은 ϕ 의 제약을 풀 것인가 아니면 Δ 의 제약을 푼 것인가로 이해하면 된다. 두 번째 테스트는 제약을 어느 한 축만 한 것과 두 축을 한 경우 어느 것이 더 유의한지를 판단하게 된다. 판단과정절차는 <그림 1>과 같이 나타낸다.

<그림 1> 가설검정절차



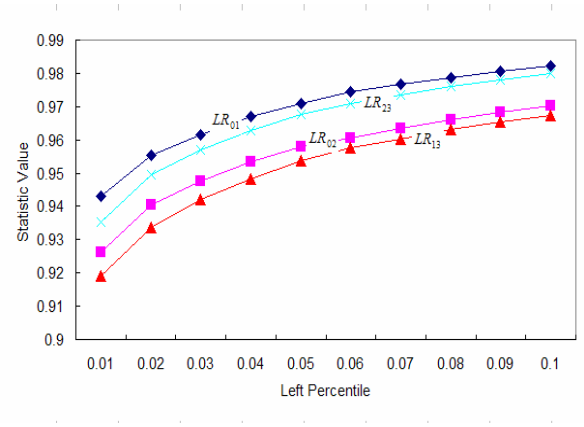
3. 통계량의 분포유도

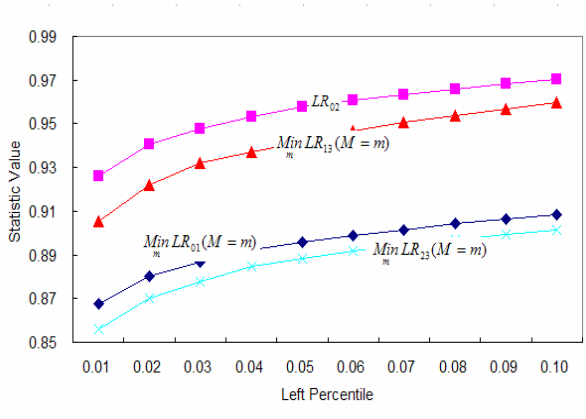
각 우도비 통계량은 하에서 시뮬레이션을 통해 구한다. 샘플크기 100인 시계열을 10,000번 생성하고 각 가설하에서 우도를 계산하고 우도비를 계산한다. 그 우도비에 대한 분포를 통해 귀무가설에 대한 기각역을 설정한다. 이 분포는 샘플 크기에 따라 다르고, 구조변화 시점이 전체 중 어디에 위치해 있느냐에 따라 임계치는 달라지게 된다. 표본 크기가 크고 구조변화 시점이 중앙으로부터 멀어질수록 동일한 수준의 왼쪽 임계치는 커지게 된다.

<그림 2> 구조변화 시점을 알고있는 경우 왼쪽

Copyright (C) 2005 NuriMedia Co., Ltd.

임계치





<표 1> 구조변화시점을 아는 경우 왼쪽 임계치

Left Percentile	LR_{01}	LR_{02}	LR_{13}	LR_{23}
0.01	0.9429	0.9261	0.9190	0.9354
0.02	0.9555	0.9404	0.9338	0.9495
0.03	0.9615	0.9475	0.9420	0.9570
0.04	0.9670	0.9535	0.9484	0.9627
0.05	0.9708	0.9578	0.9538	0.9678
0.06	0.9745	0.9607	0.9576	0.9708
0.07	0.9768	0.9633	0.9604	0.9734
0.08	0.9787	0.9660	0.9630	0.9760
0.09	0.9805	0.9682	0.9653	0.9780
0.10	0.9822	0.9704	0.9674	0.9800

구조변화시점을 모르는 경우에는 같은 접근방법이 적용된다. 이 분포도 샘플 크기에 따라 다르고, 구조변화 시점이 전체 중 어디에 위치해 있느냐에 따라 암계치는 달라지게 된다. 표본 크기가 크고 구조변화 시점이 중앙으로부터 멀어질수록 동일한 수준의 왼쪽 임계치는 커지게 된다. 특별히 구조변화를 아는 경우보다 동일한 수준의 왼쪽 임계치는 더욱 작아지게 되어 상당히 적은 숫자가 나와야 가설을 기각할 수 있다.

<그림 3> 구조변화 시점을 모르고 있는 경우 왼쪽 임계치

<표 2> 구조변화 시점을 모르고 있는 경우 왼쪽 임계치

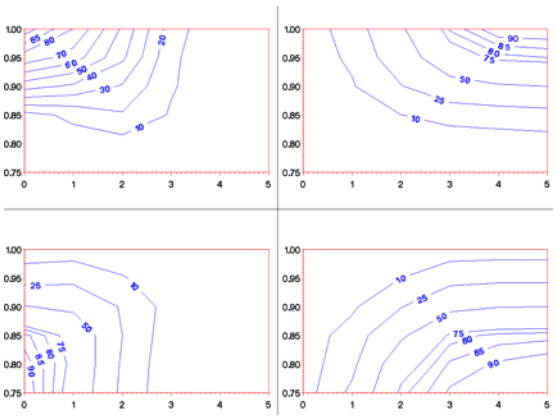
Left Percentile	$\underset{m}{MinLR_{01}}(M=m)$	LR_{02}	$\underset{m}{MinLR_{13}}(M=m)$	$\underset{m}{MinLR_{23}}(M=m)$
0.01	0.8678	0.9261	0.9053	0.8561
0.02	0.8801	0.9404	0.9222	0.8701
0.03	0.8869	0.9475	0.9319	0.8776
0.04	0.8922	0.9535	0.9370	0.8846
0.05	0.8960	0.9578	0.9418	0.8883
0.06	0.8991	0.9607	0.9467	0.8918
0.07	0.9016	0.9633	0.9509	0.8946
0.08	0.9041	0.9660	0.9539	0.8971
0.09	0.9064	0.9682	0.9569	0.8991
0.10	0.9084	0.9704	0.9597	0.9013

4. 시뮬레이션 분석

L 은 0, 오차항의 기댓값은 0이고 분산이 1인 샘플크기 100인 시계열을 100번 구한다. 구할 때마다 는 0,1,2,3,4,5로 는 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 1.00으로 변화시킨다. 각 시계열은 유의수준을 0.05로 하여 앞에서 제시한 절차에 따라 검정하게 된다. 각 가설의 선택된 영역을 통해 제시된 절차가 왜곡되지 않았음을 보인다. 이 시뮬레이션은 구존변화 시점을 아는 경우와 모르는 경우로 구분하여 파악한다.

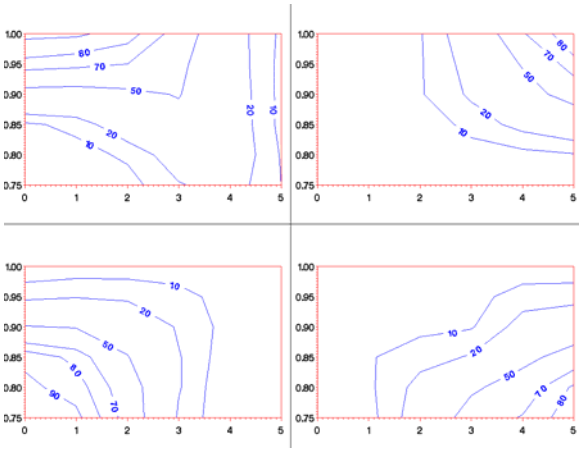
Copyright (C) 2005 NuriMedia Co., Ltd.

<그림 4> 구조변화를 아는 경우



구조변화시점을 아는 경우 ϕ 가 1에 가까울수록, H_0 과 H_1 를 선택할 가능성이 커지게 되고 Δ 가 5에 가까울수록 H_1 과 H_3 를 선택할 가능성이 커진다.

<그림 5> 구조변화시점을 모르는 경우



구조변화시점을 모르는 경우에는 H_0 의 선택영역이 구조변화시점을 아는 경우보다 넓어지게 된다. 그 이유는 ϕ 와 1사이의 거리, Δ 와 0사이의 거리가 구조변화시점을 아는 경우와 같더라도 동일한 유의확률의 임계치는 훨씬 작기 때문이다.

와 에 대한 추정치는 구조변화 시점을 아는 경우와 모르는 경우로 나누어 아래와 같은 결과를 나타낸다. 구조변화시점을 아는 경우에는 <표 3>처럼 가정한 와 가 추정치들의 95%신뢰구간안에 포함되어 있다.

<표 3> 구조변화시점을 아는 경우

ϕ	Δ	Average		Standard Deveation	
		$\hat{\phi}$	$\hat{\Delta}$	$\hat{\phi}$	$\hat{\Delta}$
0.75	0	0.7163	0.0378	0.0811	0.3520
	1	0.7212	0.5145	0.0858	0.8455
	2	0.7164	1.7483	0.0888	1.0493
	3	0.7244	2.7837	0.1121	1.0655
	4	0.7147	3.8871	0.0970	1.0435
	5	0.7073	4.9857	0.0832	0.8455
0.80	0	0.7658	0.0365	0.0796	0.3643
	1	0.7754	0.4224	0.0933	0.8618
	2	0.7738	1.6501	0.1014	1.1888
	3	0.7754	2.7836	0.1093	1.1660
	4	0.7658	3.9060	0.0965	1.1087
	5	0.7601	4.9977	0.0876	0.9269
0.85	0	0.8179	0.0314	0.0789	0.5034
	1	0.8273	0.4021	0.0908	0.9007
	2	0.8468	1.3841	0.1109	1.3483
	3	0.8301	2.7699	0.1043	1.2386
	4	0.8237	3.8942	0.0985	1.1030
	5	0.8214	4.9528	0.0970	0.9355
0.90	0	0.9026	-0.0093	0.0963	0.4651
	1	0.9043	0.4171	0.0980	0.9584
	2	0.9089	1.3240	0.1028	1.4815
	3	0.9058	2.7494	0.1038	1.4194
	4	0.9042	3.9090	0.1034	1.2042
	5	0.9024	4.9673	0.1034	1.0509
0.95	0	0.9673	-0.0039	0.0692	0.5273
	1	0.9600	0.4148	0.0758	0.9805
	2	0.9604	1.3426	0.0793	1.5059
	3	0.9615	2.7784	0.0784	1.4010
	4	0.9618	3.9505	0.0781	1.1442
	5	0.9618	4.9817	0.0781	1.0529
1.00	0	0.9939	-0.0025	0.0359	0.4384
	1	0.9896	0.3968	0.0469	0.9275
	2	0.9898	1.3750	0.0458	1.4466
	3	0.9912	2.7628	0.0441	1.3695
	4	0.9912	3.9687	0.0441	1.0227
	5	0.9912	4.9854	0.0441	0.9696

구조변화시점을 모르는 경우에도 <표 4>와 같이 가정된 발생시점(50일 후로 추정된 경우만 고려함), 그리고 이 정한 추정치들의 95%신뢰구간안에 포함되어 있다.

<표 4> 구조변화시점을 모르는 경우

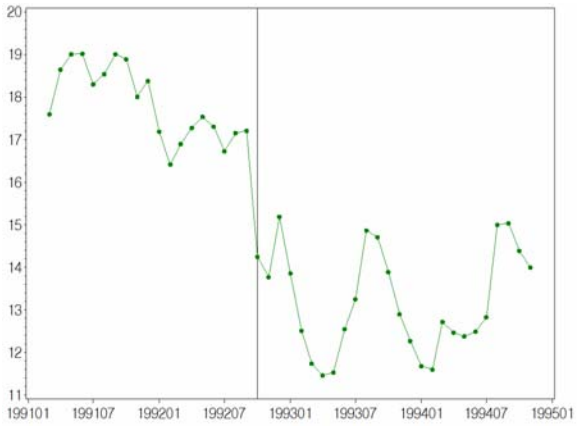
ϕ	M	Δ	Average				Standard Deveation		
			$\hat{\phi}$	$\hat{M}$	$\hat{\Delta}$	$=\lvert\hat{M}-50\rvert$	$\hat{\phi}$	$\hat{M}$	$\hat{\Delta}$
0.75	0.5	0	0.7136	29.0000	0.0000	0	0.0810	12.7279	
		1	0.7328	43.5000	2.0810	1	0.0874	16.9912	
		2	0.7634	48.8276	2.7547	14	0.1099	11.7931	0.7579
		3	0.7729	50.2540	3.2708	55	0.1427	4.6000	0.6761
		4	0.7829	50.0822	4.1160	72	0.1518	0.7022	0.7738
		5	0.7372	50.0667	5.0965	89	0.1225	0.6325	0.7194
0.80		0	0.7646	38.0000	0.0000	0	0.0836	18.0000	
		1	0.7772	37.7778	3.7419	1	0.0981	16.7241	
		2	0.8042	48.6923	3.0431	12	0.1092	15.5943	0.7952
		3	0.8343	49.4314	3.3941	42	0.1354	8.2710	0.7621
		4	0.8351	49.6522	4.2014	67	0.1406	3.6935	0.8415
		5	0.7851	50.0659	5.1143	90	0.1170	0.6290	0.7786
0.85		0	0.8170	31.0000	0.0000	0	0.0864	15.9374	
		1	0.8236	38.4000	3.6782	1	0.0965	16.6547	
		2	0.8625	44.8889	3.2879	8	0.1111	15.5332	0.8045
		3	0.9062	48.6286	3.8361	30	0.1174	8.5821	0.8514
		4	0.8915	49.6418	4.3683	65	0.1244	3.7485	0.8830
		5	0.8558	50.0645	5.1375	92	0.1227	0.6222	0.8738
0.90		0	0.9022	43.0000	0.0000	0	0.1011	25.8302	
		1	0.9011	40.2222	0.0000	0	0.1016	22.8461	
		2	0.9188	48.0625	3.6344	8	0.0965	15.8723	0.7674
		3	0.9468	48.3871	4.0873	27	0.0919	9.2111	0.8191
		4	0.9336	48.9385	4.4815	63	0.1024	6.0567	0.8674
		5	0.9281	50.0000	5.1333	93	0.1054	0.0000	0.9320
0.95		0	0.9644	39.8571	0.0000	0	0.0784	25.1093	
		1	0.9600	43.5714	2.4099	1	0.0756	23.9782	
		2	0.9618	45.8462	3.6260	9	0.0775	14.0526	0.5851
		3	0.9635	48.2581	4.2297	27	0.0760	9.1286	0.6452
		4	0.9613	48.9701	4.5096	65	0.0794	5.9670	0.8599
		5	0.9677	50.0000	5.1516	92	0.0750	0.0000	0.9378
1.00		0	0.9939	40.2500	0.0000	0	0.0359	30.7069	
		1	0.9920	40.2500	0.0000	0	0.0405	30.7069	
		2	0.9890	46.1000	3.8215	6	0.0449	18.4297	0.4645
		3	0.9888	47.9697	4.0531	30	0.0485	8.4576	0.5839
		4	0.9917	49.4583	4.4245	71	0.0423	4.5962	0.7279
		5	0.9912	50.0000	5.1401	92	0.0441	0.0000	0.8436

5. 실증분석

Copyright (C) 2005 NuriMedia Co., Ltd.

제안된 방법을 가지고 한국의 거시경제 시계열에 적용한다.

<그림 6> 한국이자율



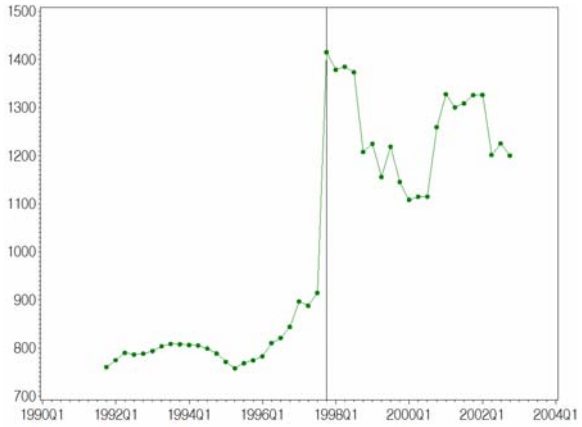
위의 시계열은 1991년 3월부터 1994년 11월까지의 샘플크기 45인 한국의 CD이자율 월별 자료다. 1992년 10월(22번째 점)에는 대규모의 공개시장조작이 수행되었다. 그 이후 지속적인 이자율을 내리고자 하는 정책이 가속되었다. 그래서, 이러한 조치 전후로 해서 이자율이 안정적인지를 검증하려고 한다. 검증된 결과는 다음과 같다. <수식 1>로 추정할 경우 가장 MSE가 작은 것을 활용, 오차항의 차수는 2기로 하였다.

<표 5> 검정결과

Statistic		LR_{01}	LR_{02}	LR_{13}	LR_{23}
Value		0.7596	0.9876	0.8556	0.6580
P-value	Known	(0.0001)	(0.3293)	(0.0229)	(0.0001)
	Unknown	(0.0145)	(0.3293)	(0.0422)	(0.0020)

이 시계열에 대해 유의수준 0.01로 하는 경우에는 구조변화를 아는 경우와 모르는 경우에 각각 다른 경우가 초래된다. 구조변화를 아는 경우에는 20번째 시점을 구조변화시점으로 간주하고 가설 검정하였는데 H_0 이 선택되었고, 모르는 경우에는 20번째 시점이 선택되어지기는 했으나, H_1 이 선택되었다. 유의수준이 0.05나 0.1일 경우에는 H_3 가 결정되었다. 그러므로, 도출된 결과가 유의수준에 e따라 다르게 결론이 도출되므로 신중하게 해석되어져야 한다. 각 가설하에서 추정된 산식은 다음과 같다.

<그림 6> 원달러 환율



위의 시계열은 1991년 4사분기부터 2002년 4사분기까지, 샘플크기 45의 분기별 원달러 환율 자료이다. 1997년 4사분기에 외환위기가 시작되고, 그 이후로 수준이 높게 형성되었다. 그래서 이러한 사건전후로 환율이 안정적인지를 가설검정할 필요가 있다. 가설검정된 결과는 다음과 같다. <수식 1>을 추정할 경우 MSE의 크기가 가장 적은 것으로 선택하여 오차항의 차수는 1로 하였다.

<표 6> 검정결과

Statistic		LR_{01}	LR_{02}	LR_{13}	LR_{23}
Value		0.2806	1.0072	0.9350	0.2605
P-value	Known	(0.0001)	(0.4927)	(0.1281)	(0.0001)
	Unknown	(0.0001)	(0.4927)	(0.1905)	(0.0000)

유의 수준 0.01에서 구조변화시점을 아는 경우와 모르는 경우 모두 H_1 이 선택되었다. 구조변화를 아는 경우에는 25번째 시점을 가정하였고 모르는 경우에도 동일하게 25번째 시점이 선택되었다. 유의수준 0.05와 0.1인

Copyright (C) 2005 NuriMedia Co., Ltd.

경우에도 H_1 이 선택되었다. 따라서, 유의수준과 상관없이 단위근이 존재하며 구조변화

6. 결론

이 논문은 단위근과 구조변화에 대한 동시가설검정을 고려하고 있다. 이전 연구들은 단위근 혹은 구조변화의 한쪽 측면만을 고려함으로써 왜곡된 결과를 초래할 수 있었다. 이 가설검정의 파워(Power)는 구조변화시점을 아는 경우와 모르는 경우로 나누어 시뮬레이션을 통해 검정하였다. 한국의 두 개의 거시경제 시계열에 대해 개발된 절차를 이용하여 검정하였다.

비록 이 논문은 한 개의 수준변화를 다루고 있지만, 통상 현실은 하나 이상의 수준변화와 기울기변화들도 거시경제 시계열에는 나타나고 있다. 따라서, 2개 이상의 수준변화 혹은 기울기변화를 고려한 검정방법이 개발되어야 한다. 불안정한 시계열간의 단순회귀에서도 공적분과 구조변화를 해결하는 것이 필요하다.

참고문헌

Box, Tiao, “Intervention Analysis with Applications to Econometric and Environmental Problems,” Journal of the American Statistical Association 70, 70?79, 1975.

Chen, C. and Liu, L. ?M. “Forecasting Time Series with Outliers,” Journal of Forecasting, Vol. 12, 13?35, 1993.

Chernoff, H. and S. Zacks, “Estimation the Current Mean of a Normal Distribution Which Is Subjected to Changes Over Time,” Annals of Mathematical Statistics, 35, 999?1089, 1964.

Dickey, D. A., and Fuller, W. A., “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root,” Journal of the American Statistical Association 74, 427?31, 1976.

Evan, G. W, “Output and Unemployment Dynamics in the United States : 1950~1985,” Journal of Applied Econometrics , 4, 213?237, 1989.

Gardner, L. A. Jr., “On Detecting Changes in the Mean of Normal Variates,” Annals of Mathematical Statistics, 40, 116?126, 1969.

Jun, D. B., and R.M.Oliver, "Bayesian Forecasts Following a Major Level Change in Exponential Smoothing", Journal of Forecasting, Vol.4, No.3, 294?302, 1985.

Jun, D. B., "On Detecting and Estimating a Major Level or Slope Change in General Exponential Smoothing", Journal of Forecasting, Vol.8, No.1, 55?64, 1989.

Jun, D. B., “A Design of Adaptive Exponential Smoothing Using A Change Detection Statistic”, Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 35, No. 2, 109?118, 1992.

Perron, P., “The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis,” Econometrica 57, 1361?1401, 1989.

Lumsdaine, R. L. and Papell, D. H., “Multiple Trend Breaks and Unit Root Hypothesis,” The Review of Economics and Statistics, 212?218, 1997.

Zivot, Eric, and Donald W. K. Andrews, “Further Evidence on the Great Crash, the Oil?Price Shock, and the Unit?Root Hypothesis,” Journal of Business and Economic Statistics 10, 251?70, 1992

Copyright (C) 2005 NuriMedia Co., Ltd.