

# 베이저안 다계층모형을 이용한 가격인상에 따른 판매량의 동적변화 추정 및 예측

## Estimation of Dynamic Effects of Price Increase on Sales Using Bayesian Hierarchical Model

전덕빈, 박성호  
한국과학기술원 테크노경영대학원

### Abstract

Estimating the effects of price increase on a company's sales is important task faced by managers. If consumer has prior information on price increase or expect it, there would be stockpiling and subsequent drops in sales. In addition, consumer can suppress demand in the short run. Above factors make the sales dynamic and unstable. We develop a time series model to evaluate the sales patterns with stockpiling and short-term suppression of demand and also propose a forecasting procedure.

For estimation, we use panel data and extend the model to Bayesian hierarchical structure. By borrowing strength across cross-sectional units, this estimation scheme gives more robust and reasonable result than one from the individual estimation. Furthermore, the proposed scheme yields improved predictive power in the forecasting of hold-out sample periods.

### 1. 서론

가격변화에 따른 판매량의 동적 변화를 모형화하고 향후 가격변화에 따른 판매량 변화를 예측하는 것은 경영 관리에 있어 매우 중요하다. 특히 가격변화로 인한 판매량의 단기적 변동이 매우 클 때 정확한 예측은 더욱 필요하다. 수요의 법칙(law of demand)에 의하면 가격인상은 수요의 감소로 이어지며 이는 판매량의 감소로 나타난다. 판매량은 가격변화 이후 단기적인 동적 변화를 거쳐 새로운 안정적 판매 수준을 찾아간다. 이는 소비자의 소비량 조정(즉각적인 소비량의 증감 혹은 점차적인 증감), 구매시기 조정, 구매간시간(interpurchase time) 조정 등이 존재하기 때문이다. 뿐만 아니라 가격변화에 대한 사전정보와 소비자의 기대 역시 판매량의 단기적 변화에 많은 영향을 준다. 가격의 인상이 미리 알려지거나 소비자가 이를 기대할 때 매점(stockpiling)이 일어날 수 있다. 반대로 가격인하가 사전에 알려지거나 예상될 때, 소비자들이 구매 시기를 가격 인하시점 이후로 연기하는 구매감속(purchase deceleration)이 발생할 수 있다. 본 연구는 가격인상이 판매량에 미치는 영향을 단기 시계열의 관점에서 모형화하고 예측하는 방법을 제안한다.

많은 기업들은 전체판매량뿐 아닌 지역별 혹은 유통채널(distribution channel)별 판매량 시계열자료를 보유하고 있다. 이처럼 횡단면과 시계열자료가 모두 존재하는 패널자료가 이용 가능할 경우 각각의 지역과 유통채널에서 개별적으로 가격변화에 따른 판매량 변화를 분석하기보다 여러 지역에서 관찰된 가격변화 효과를 종합하여 분석함으로써 분석 결과의 강건성(robustness), 효율성(efficiency) 및 예측의 정확성을 향상시킬 수 있다. 이를 위해 본 연구에서는 베이저안 다계층모형(Bayesian hierarchical model)을 확장 응용하여 지역별 판매량 패널자료(panel data)에서의 가격변화 효과를 분석하고자 한다. 2장에서는 문헌연구 및 연구방법을 제시하고, 3장에서는 제안모형을 소개한다. 4장에서는 실증분석을 수행하고 그 결과를 해석하며, 마지막으로 결론 및 향후 연구과제에 대해 논의한다.

### 2. 문헌고찰

판매량의 동적 변화 추정모형은 마케팅의 판매촉진모형(sales promotion model)으로부터 발전되어왔다. 단기간에 걸친 소액할인, 견본, 쿠폰, 경품, 환불 등은 판매량의 동적 변화를 야기시키며, 지금까지 이를 모형화하기 위한 다양한 시계열 분석방법이 제안되었다(Neslin, 2002). Leone(1987)는 Box and Tiao에 의해 소개된 개입분석(intervention analysis)을 이용하여 단기 판매촉진이 판매량의 변화에 미치는 영향을 분석하였다. Doyle and Saunders(1985)는 시스템 역학(system dynamics)에서 발전된 모형과 ARMA모형을 이용하여 판매촉진활동의 이월효과(carryover effect)와 소비자의 기대에 의해 발생하는 선행효과(lead effect)를 모형화 하였다. Thompson and Noordewier(1992)는 시계열 분석방법을 이용하여 판매촉진에 따른 즉각적인 판매 증가와 사후 판매 감소를 추정하고, 판매촉진활동의 성공 여부를 평가하였다. 선행 연구에서 밝혀진 판매 촉진 활동과 관련된 판매량의 동적 변화에는, 첫째 소비자가 구매를 앞당기는 구매가속(purchase acceleration), 둘째 판매촉진의 혜택을 누리기 위해 구매를 연기하는 구매감속(purchase deceleration), 셋째 필요한 양

이상을 구매하는 구매량증가가 있으며, 이 중 구매가속과 구매량증가를 묶어 매점(stockpiling)으로 정의한다(Neslin, 2002). 판매촉진활동 기간 중 매점이 발생하면 이후 판매감소(post-promotion dips)가 관찰되기도 한다(Van Heerde et al., 2000).

판매촉진활동에 따른 판매량의 변화를 모형화한 선행 연구들은 대부분 매점과 판매촉진활동 이후 판매감소의 존재 여부를 검증하거나, 판매촉진활동 이후 새롭게 형성되는 평균 판매수준과 판매촉진활동 이전의 평균 판매수준을 비교하는데 초점을 맞추고 있다(Leone, 1987; Doyle and Saunders, 1985; Thompson and Noordewier, 1992; Van Heerde et al., 2000). 본 연구는 판매촉진활동이 아닌 가격인상 따른 매점과 판매량감소를 관심의 대상으로 하며, 경영관리 측면에서 중요한 미래시점에 발생하는 가격인상에 따른 판매량 동적 변화 예측에 초점을 맞춘다. 판매촉진활동에 따른 매점은 판매촉진 기간 중에 발생하는 동시적 현상임에 반해 가격인상에 따른 매점은 소비자의 사전정보와 기대에 의해 발생하는 사전적 현상이다. 또한 판매촉진활동은 소비자가 지불하는 실질 가격을 인하하는 효과를 발생시킨다는 점에서 가격인상과 다르다.

판매촉진활동에 따른 판매량의 동적 변화를 모형화한 선행연구들이 단변량시계열자료(univariate time-series data)를 이용한 분석에 국한되어있었음에 반해 본 연구는 패널자료(panel data)를 이용한 베이지안 다계층모형을 제안한다. 정보화의 진전과 함께 현대의 기업은 다양한 패널자료를 수집할 수 있게 되었으며, 이 중 가장 대표적인 예가 지역별 판매량 자료이다. 기업이 이용할 수 있는 패널자료는 계속 증가할 것이며 따라서 패널자료 분석의 중요성은 더욱 커질 전망이다 (Engle and White, 1999). 판매량 패널자료 분석으로 통합효과(pooling power)에 의한 모수추정의 강건성 향상과 예측오차 감소를 기대할 수 있다.

### 3. 모형개발

#### 3.1 제안모형 및 개별추정

Doyle and Saunders(1985)는 마케팅활동에 따른 시장의 동태적 반응을 측정하기 위해 경험적 시계열 모형화 절차를 제시하였다. 이 절차는, 첫째 동적 반응의 패턴 인식(recognition), 둘째 모형의 형태 결정, 셋째 모형 추정, 넷째 추정외구간(hold-out sample)에서의 모형의 타당성 검증(validation), 다섯째 추정 결과 해석과 경영 의사결정에의 적용 순이다. 본 연구에서는 이상의 절차를 통하여 가격인상에 따른 매점과 판매량 감소 그리고 가격인상 이후의 안정적 판매 수준을 추정하는 모형을 개발하고, 이를 베이지안 다계층모형으로 확장한다.

가격인상 정보가 소비자에게 미리 알려지거나 소비자가 이를 기대하는 경우 매점이 발생할 수 있다. 매점된 상품은

가격인상 이후에 소비되며 따라서 가격인상 이후 구매는 줄어들게 된다. 또한 가격인상은 소비자들의 단기적 소비억제를 발생시키기도 한다. 단기적 현상들이 판매량에 미치는 영향은 시간의 경과와 함께 사라지며 궁극적으로 판매량은 안정적인 균형 상태에 도달하게 된다. 이상의 가격인상에 따른 판매량 변화 패턴을 모형화하기 위해 아래 <식 1>의 모형을 개발하였다.

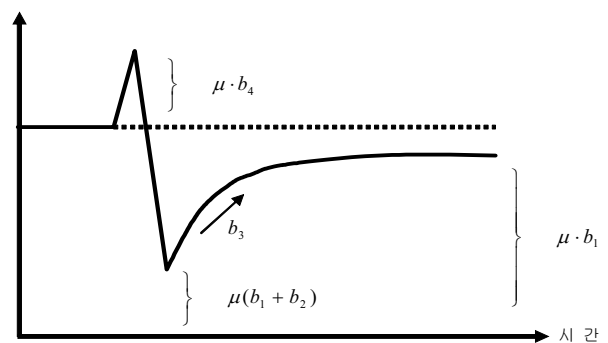
$$Y_t = \mu(b_1^{X_{1,t}} + b_2 \cdot b_3^{X_{3,t}} \cdot X_{1,t} + b_4 \cdot X_{4,t}) + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, K, T,$$

$$\phi^p(B)(1-B)^d \varepsilon_t = \theta^q(B)\alpha_t, \quad \alpha_t \sim N(0, \sigma_\alpha^2)$$

$$X_{1,t} = \begin{cases} 0, & t < k \\ 1, & t \geq k \end{cases} \quad X_{3,t} = \begin{cases} 0, & t < k \\ t - k, & t \geq k \end{cases}$$

$$X_{4,t} = \begin{cases} 0, & t \neq k - 1 \\ 1, & t = k - 1 \end{cases} \quad (1)$$

$y_t$ 는  $t$  시점의 판매량,  $k$ 는 가격인상 발생 시점,  $T$ 는 관측 시계열의 길이를 나타낸다.  $\varepsilon_t$ 는 ARIMA과정을 따르는 오차항이다. 매점에 의한 판매감소와 단기적인 소비억제로 가격인상 시기의 판매량은 크게 줄며, 시간이 경과됨에 따라 지속적으로 안정적 판매수준을 회복한다고 가정하였다. 판매촉진활동에 따른 판매량 변화를 연구한 선행연구들은 매점 이후 판매감소가 지수적 패턴을 보이며 안정적 판매 수준으로 회복됨을 나타내고 있다(Leone, 1987; Thompson and Noordewier, 1992). 또한 지수적 패턴은 추정 모수의 수를 줄인다는 장점을 갖는다. 제안 모형에서 모수  $b_1, b_2, b_3, b_4$ 는 각각 가격인상 이후 형성되는 새로운 안정적 판매 수준, 가격인상 시기의 판매량 감소, 새로운 안정적 판매 수준으로의 지수적 수렴속도, 매점의 크기를 나타내고 이들은 각 지역의 가격인상 이전 평균수준인  $\mu$ 에 대한 비율로 추정된다. 따라서 동일한 가격인상을 경험한 여러 지역의 시계열 자료로부터 추정된  $b_1, b_2, b_3, b_4$ 의 크기를 직접 비교할 수 있다. <그림 1>은 제안 모형의 모수와 판매량 변화를 설명한 것이다.



<그림 1> 가격인상으로 인한 판매량 변화와 추정모수

### 3.2 베이지안 다계층모형

베이지안 다계층모형의 기본가정은 서로 긴밀한 유사성을 갖는 개체들의 관측치가 서로 연관되어 있다는 것이다. 즉, 서로 유사한 개체들의 관측치는 하나의 공통 확률분포로부터 도출된 것으로 본다. 공통분포의 가정은 개체들간의 대체가능성(exchangeability)을 의미하며, 이에 기반한 통합효과(pooling power)에 의한 베이지안 추정량(estimator)은 강건(robust)해진다(Lindley and Smith, 1972; De Finetti, 1964). 베이지안 다계층모형은 유사한 개체들 각각의 모수와 초모수(hyper-parameter)를 동시에 추정한다. 전체 자료를 이용하여 초모수를 추정하는데 이 과정에서 통합효과를 기대할 수 있다. 개별 모수의 추정은 초모수에 대한 정보를 바탕으로 개별 자료에 담긴 정보를 통합하므로 개별 모수의 강건성 향상을 기대할 수 있다.

전국에 동일한 상품을 동일한 가격에 판매하는 기업이 상품의 가격을 인상한다면 이에 따른 각 지역의 수요 변화 패턴은 긴밀한 유사성을 가질 것으로 기대된다. 베이지안 다계층 구조로 이를 표현하면 초모수로 표현되는 공통의 패턴이 존재하고 이로부터 각 지역의 모수가 도출된다. <식 2>는 제안 모형을 베이지안 다계층모형으로 확장시킨 것이다.

$$\begin{aligned}
 Y_{i,t} &= \mu_i \{b_{1,i}^{X_{1,t}} + b_{2,i} \cdot b_{3,i}^{X_{3,t}} \cdot X_{1,t} + b_{4,i} \cdot X_{4,t}\} + \alpha_{i,t} \\
 \alpha_{i,t} &\sim N(0, \sigma_{i,\alpha}^2), \quad t=1,2,K,T, \quad i=1,2,K,n \\
 X_{1,t} &= \begin{cases} 0, & t < k \\ 1, & t \geq k \end{cases} \\
 X_{3,t} &= \begin{cases} 0, & t < k \\ t-k, & t \geq k \end{cases} \\
 X_{4,t} &= \begin{cases} 0, & t \neq k-1 \\ 1, & t = k-1 \end{cases} \\
 b_{1,i} &\sim N(b_1, \sigma_{b_1}^2) \\
 b_{2,i} &\sim N(b_2, \sigma_{b_2}^2) \\
 b_{3,i} &\sim N(b_3, \sigma_{b_3}^2) \\
 b_{4,i} &\sim N(b_4, \sigma_{b_4}^2)
 \end{aligned} \tag{2}$$

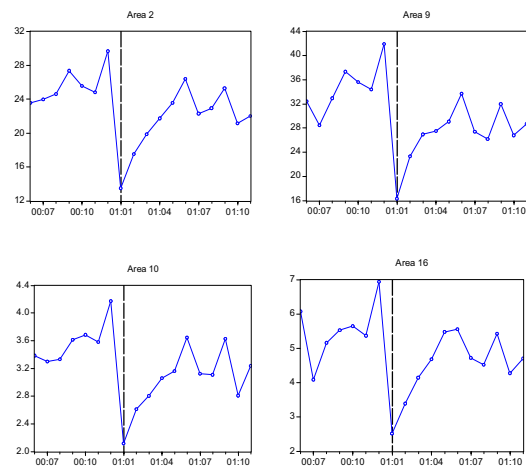
$Y_{i,t}$ 는 지역  $i$ 의  $t$  시점 판매량,  $k$ 는 가격인상 발생 시점,  $n$ 은 전체 지역의 수,  $T$ 는 관측 시계열의 길이이다. 가격인상 이전 평균인  $\mu_i$ 는 지역별 특성치로 고정된 값을 갖는다.  $b_{1,i}$ ,  $b_{2,i}$ ,  $b_{3,i}$ ,  $b_{4,i}$ 는 각각 지역  $i$ 의 가격인상 이후 새롭게 형성된 균형 판매량, 가격인상 시점의 판매 하락, 안정적 판매 수준으로의 수렴 속도, 매점의 크기를 나타낸다.  $b_{1,i}$ ,  $b_{2,i}$ ,  $b_{3,i}$ ,  $b_{4,i}$ 는 각각 초모수,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ 를 평균으로 하고  $\sigma_{b_1}^2$ ,  $\sigma_{b_2}^2$ ,  $\sigma_{b_3}^2$ ,  $\sigma_{b_4}^2$ 를 분산으로 갖는 정규분포로부터 도출된다. 초모수

$b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ 는 각 지역의 모수들을 지배하는 가격인상 효과의 대표값이다.

### 4. 실증분석

#### 4.1 자료소개 및 제안모형 추정

분석에는 소비재를 생산하는 회사의 2000년 6월부터 2002년 12월까지 우리나라 전국 16개 지역의 월별 판매량자료를 이용하였다. 2001년 1월과 2002년 2월에 가격인상이 있었으며 동일 카테고리의 경쟁 제품 모두 같은 시기에 제품의 가격을 인상하였다. 가격인상에 대한 사전정보는 수개월 전부터 대중매체를 통하여 소비자에게 전달되었다. 가격을 제외한 판매에 영향을 줄 수 있는 광고, 판매촉진활동, 유통, 관련 법규 등의 중요한 변화는 표본구간 내에서 존재하지 않았다. 본 연구에서는 2000년 6월부터 2001년 11월까지 18개의 관측값을 갖는 시계열 자료를 이용하여 모형을 세우고, 이를 바탕으로 2001년 12월부터 2002년 12월까지의 구간에서 예측을 수행하고 모형의 타당성을 검증하였다. <그림 2>는 2000년 6월부터 2001년 11월까지의 4개 지역의 월별 판매량을 나타낸 그래프이다.



<그림 2> 4개 지역 월별 판매량

<그림 1>에서 판매량은 가격인상 1개월 전 매점 발생과 인상 후 판매량 감소를 모든 지역에서 나타내고 있다. 판매량은 가격인상 이전의 평균수준보다 다소 낮은 새로운 안정적 판매수준에 지속적으로 수렴해감을 확인할 수 있다. 총 12개 지역에서 관찰된 판매량시계열 자료에 <식 1>의 모형을 비선형최소자승법

(Nonlinear Least Square method)을 사용하여 개별적으로 추정하였으며 결과는 <표 1>과 같다. Ljung-Box 검정 결과 모든 지역의  $\epsilon_t$ 는 5% 수준에서 자기상관이 존재하지 않는 백색잡음으로 나타났다. 가격인상에 따른 판매량 감소를 나타내는  $b_1$ 은 0.9860(지역11)에서 0.8681(지역9)사이의 값을 갖는다. 즉 가격인상 이후 안정적 판매수준은 가격인상 이전 평

균의 98.6% ~ 86.81%로 감소함을 의미한다. 지역14를 제외한 15개 지역에서  $b_4$ 는 0.0964이상으로 추정되었으며 이는 가격인상에 따른 매점이 가격인상이전 평균판매량의 9% 이상으로 발생함을 의미한다.  $t = k$  시점(가격인상시점)의 판매량 ( $\mu(b_1 + b_2)$ )은 가격인상 이전 평균수준의 44.7%(지역16)에서 60.3%(지역6)로 감소한다. 가격인상 이후 판매량의 감소는 모든 지역에서 매점보다 크게 발생하고 있으며 이는 가격인상에 따른 단기적 소비위축 때문

으로 해석할 수 있다.

이상의 분석은 지역별판매량자료에서 시계열차원(time-series dimension)만을 이용하고 있으나 베이지안 다계층모형을 이용하여 횡단면차원(cross sectional dimension)을 함께 고려하면 추정의 강건성과 예측의 정확성 향상을 기대할 수 있다. <식 2>의 베이지안 다계층모형을 추정하기 위하여 Gibbs Sampler를 사용하였으며 <식 3>과 같이 사전확률밀도함수(prior distribution)를 정의하였다.

<표 1> 개별추정(individual estimation) 결과

	$\mu$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	RMSE	R-Square
지역 1	6.728	0.9350	-0.4025	0.6052	0.15499 *	0.4777	0.779
지역 2	24.985	0.9381	-0.4113	0.5228	0.18806	1.3744	0.853
지역 3	12.207	0.9558	-0.3887	0.5999	0.16346	0.7309	0.811
지역 4	8.981	0.9315	-0.3985	0.5869	0.19801 *	0.6937	0.758
지역 5	4.855	0.9138	-0.3826	0.4734	0.09643 *	0.3976	0.688
지역 6	7.490	0.9435	-0.3454	0.5697	0.17702	0.4224	0.808
지역 7	4.451	0.9475	-0.4202	0.4899	0.20645	0.3538	0.733
지역 8	11.592	0.9168	-0.3541	0.5757	0.22447	0.7646	0.805
지역 9	33.527	0.8681	-0.3860	0.4165	0.25061	2.2956	0.831
지역 10	3.485	0.9354	-0.3358	0.5412	0.19749	0.1992	0.811
지역 11	11.489	0.9860	-0.4885	0.5078	0.19191 *	0.9083	0.750
지역 12	7.099	0.9716	-0.4382	0.5896	0.16239 *	0.7771	0.588
지역 13	6.278	0.9608	-0.4690	0.6431	0.23353	0.5335	0.765
지역 14	2.097	0.8840	-0.3731	0.4485	0.02028 *	0.1288	0.800
지역 15	6.797	0.9358	-0.4244	0.5588	0.11334 *	0.5550	0.721
지역 16	5.314	0.9324	-0.4845	0.4934	0.30762	0.4888	0.758

주) \* :  $0.05 < p - \text{value} \leq 0.1$  , \* 없음:  $p - \text{value} \leq 0.05$

$$\begin{aligned} \mu_i &\sim N(\mu_{i0}, \sigma_{\mu,i}^2), & \sigma_{i,\alpha}^2 &\sim IG(\alpha_\alpha / 2, \beta_\alpha / 2) & b_1 &\sim N(b_{10}, \sigma_{b_1,0}^2), \\ \sigma_{b_1}^2 &\sim IG(\alpha_{b_1} / 2, \beta_{b_1} / 2) & b_2 &\sim N(b_{20}, \sigma_{b_2,0}^2), \\ \sigma_{b_2}^2 &\sim IG(\alpha_{b_2} / 2, \beta_{b_2} / 2) & b_3 &\sim N(b_{30}, \sigma_{b_3,0}^2), \\ \sigma_{b_3}^2 &\sim IG(\alpha_{b_3} / 2, \beta_{b_3} / 2) & b_4 &\sim N(b_{40}, \sigma_{b_4,0}^2), \\ \sigma_{b_4}^2 &\sim IG(\alpha_{b_4} / 2, \beta_{b_4} / 2) \end{aligned} \quad (3)$$

IG는 역감마분포(inverse gamma distribution)를 나타낸다. 사전확률밀도함수는 모수에 대한 연구자의 사전지식을 반영하지만 본 연구에서는 사전정보가 존재하지 않는다. 이와 같은 경우 사전적 무지(prior ignorance)를 반영한 비정보 사전확률밀도함수(non-informative prior) 혹은 균등 사전확률밀도함수(flat prior)가 많이 사용되지만 비적정 사전확률밀도함수(improper prior)인 경우 식별가능성(identifiability)의 문제가 발생할 수 있으므로(Gelfand and Sahu, 1999), 본 연구에서는 정규분포는 평균 0과 분산 10,000을 주었고, 역감마분포는 두 모수에 0.001을 주었다(Congdon, 2003).

<식 2>, <식 3>과 우도함수로부터 조건부 확률밀도함수를 유도할 수 있으며, 이를 이용하여 마코브체인을 구성하고 임의

의 초기값으로부터 몬테카를로 시뮬레이션을 반복 수행해 임의수를 추출하고 모수들을 추정한다. 총 3만 5천회 임의수를 추출한 후 처음 5천회의 임의수를 제거한 후 3만회의 임의수만을 추정에 사용하였다. 마코브체인의 수렴을 점검하기 위하여 Brooks and Gelman[1998]이 제안한 R 통계량을 이용하였으며, 검정결과 목표분포로 수렴했다. 추정결과는 <표 2>와 같다.

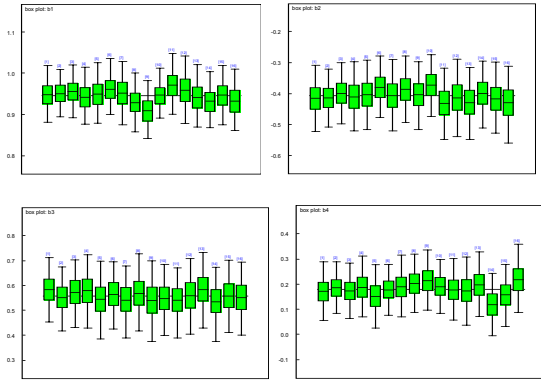
가격인상에 따른 판매량 감소를 나타내는 초모수  $b_1$ 은 0.945로 추정되었다. 즉 판매량이 가격인상 이전 평균수준의 94.5%로 감소함을 의미한다.  $b_4$ 는 0.18로 추정되었으며 이는 매점이 가격인상 이전 평균수준의 18% 수준임을 의미한다.  $t = k$  시점(가격인상시점)의 판매량( $\mu(b_1 + b_2)$ )은 가격인상 이전 평균수준의 53.7%,  $t = k + 1$  시점에서는 71.9%,  $t = k + 2$  시점에서는 82%로 나타나며 지속적으로 안정적 판매 수준인 94.5%에 수렴한다. 개별추정과 마찬가지로 가격인상 이후 판매량의 감소는 매점보다 크게 발생하고 있으며 이는 가격인상에 따른 단기적 소비위축 때문으로 보인다. 베이지안 다계층모형에서 추정된 초모수는 여러 지역에서 관측된 가격인상에 따른 평균적인 판매량 변화에 대한 정보를 제공한다. 자료가 관측되지 않은 지역에서 판매

<표 2> 베이지안 다계층모형 추정 결과

<b>b1</b>	(s.d.)	<b>b2</b>	(s.d.)	<b>b3</b>	(s.d.)	<b>b4</b>	(s.d.)
0.9450	0.0196	-0.4077	0.0284	0.5534	0.0416	0.1801	0.0307
$\sigma_{b_1}^2$	(s.d.)	$\sigma_{b_2}^2$	(s.d.)	$\sigma_{b_3}^2$	(s.d.)	$\sigma_{b_4}^2$	(s.d.)
0.0031	0.0015	0.0051	0.0029	0.0073	0.0048	0.0062	0.0038

	$\mu_i$	<b>b1,i</b>	<b>b2,i</b>	<b>b3,i</b>	<b>b4,i</b>	RMSE	R-Square
지역 1	6,711	0,9486	-0,4169	0,5842	0,1680	0,4838	0,774
지역 2	25,000	0,9508	-0,4164	0,5457	0,1830	1,3874	0,850
지역 3	12,210	0,9556	-0,4003	0,5686	0,1707	0,7351	0,809
지역 4	8,991	0,9424	-0,4124	0,5724	0,1873	0,6999	0,754
지역 5	4,811	0,9496	-0,4047	0,5451	0,1501	0,4089	0,670
지역 6	7,490	0,9612	-0,3829	0,5609	0,1775	0,4291	0,802
지역 7	4,471	0,9523	-0,4109	0,5370	0,1877	0,3559	0,730
지역 8	11,540	0,9292	-0,3872	0,5569	0,2030	0,7749	0,800
지역 9	33,290	0,9097	-0,4045	0,5404	0,2143	2,4269	0,812
지역 10	3,484	0,9467	-0,3745	0,5456	0,1890	0,2020	0,806
지역 11	11,650	0,9720	-0,4336	0,5432	0,1793	0,9245	0,741
지역 12	7,143	0,9589	-0,4159	0,5618	0,1714	0,7799	0,585
지역 13	6,305	0,9412	-0,4305	0,5832	0,1956	0,5451	0,755
지역 14	2,052	0,9319	-0,4023	0,5377	0,1167 *	0,1403	0,763
지역 15	6,756	0,9468	-0,4185	0,5579	0,1554	0,5598	0,716
지역 16	5,374	0,9329	-0,4320	0,5449	0,2171	0,5066	0,740

주) \* :  $0.05 < p - \text{value} \leq 0.1$  , \* 없음:  $p - \text{value} \leq 0.05$



주) 상자의 중앙의 선은 평균을 나타내고, 상자는 25%, 75%, 양 팔의 끝은 2.5%, 97.5%를 나타낸다. 실선은 초모수인  $b_1, b_2, b_3, b_4$ 를 나타낸다.

<그림 3> 초모수와 지역별 모수의 분포

량 변화를 추측하거나 미래 가격인상에 따른 판매량의 변화를 예측할 때 초모수의 추정치가 사용될 수 있다.

4.2 예측

제안 모형을 이용하여 미리 알려진 미래시점의 가격인상에 따른 판매량의 변화를 예측하기 위하여 아래 <식 4>의 모형을 제안한다.

$$Y_{i,t} = \mu_i(b_{1,i}^{X_{1,t}} + b_{2,i} \cdot b_{3,i}^{X_{3,t}} \cdot X_{1,t} + b_{4,i} \cdot X_{4,t}) \times (b_{5,i}^{X_{5,t}} + b_{6,i} \cdot b_{7,i}^{X_{7,t}} \cdot X_{5,t} + b_{8,i} \cdot X_{8,t}) + \alpha_{i,t}$$

$$t = 1, 2, K, T, \quad i = 1, 2, K, N$$

$$\alpha_{i,t} \sim N(0, \sigma_{i,\alpha}^2)$$

$$X_{1,t} = \begin{cases} 0, \\ 1, \end{cases}$$

$$X_{3,t} = \begin{cases} 0, & t < k_1 \\ t - k_1, & t \geq k_1 \end{cases} \quad X_{7,t} = \begin{cases} 0, & t < k_2 \\ t - k_2, & t \geq k_2 \end{cases}$$

$$X_{4,t} = \begin{cases} 0, & t \neq k_1 - 1 \\ 1, & t = k_1 - 1 \end{cases} \quad X_{8,t} = \begin{cases} 0, & t \neq k_2 - 1 \\ 1, & t = k_2 - 1 \end{cases} \quad (4)$$

$k_1$ 은 첫 번째 가격인상 발생 시점(2001년 1월),  $k_2$ 는 두 번째 가격인상 발생 시점(2002년 2월)이다. 제안된 모형은 두 번째 가격인상의 영향이 첫 번째 가격인상 이후 새로운 안정적 판매 수준인  $\mu_i(b_{1,i}^{X_{1,t}} + b_{2,i} \cdot b_{3,i}^{X_{3,t}} \cdot X_{1,t})$ 에 비례하여 나타나고 가정한다.  $b_{5,i}, b_{6,i}, b_{7,i}, b_{8,i}$ 는 각각 두 번째 가격인상에 따른 새로운 안정적 판매 수준, 가격인상시점에서의 판매량 감소, 안정적 판매 수준으로의 회복 속도, 매점을 나타낸다. <식 7>을 예측에 이용하기 위해서는 각 모수들의 값을 알아야 하는데,  $b_{1,i},$

$b_{2,i}, b_{3,i}, b_{4,i}$ 는 2000년 6월부터 2001년 11월까지의 시계열 자료를 이용하여 추정할 수 있다.  $b_{5,i}, b_{6,i}, b_{7,i}, b_{8,i}$ 을 얻기 위하여 본 연구에서는 <식 5>과 같은 가정을 했다.

$$(1 - b_{5,i}) : (1 - b_{1,i}) = p_2 : p_1$$

$$b_{6,i} = b_{2,i} \qquad b_{7,i} = b_{3,i}$$

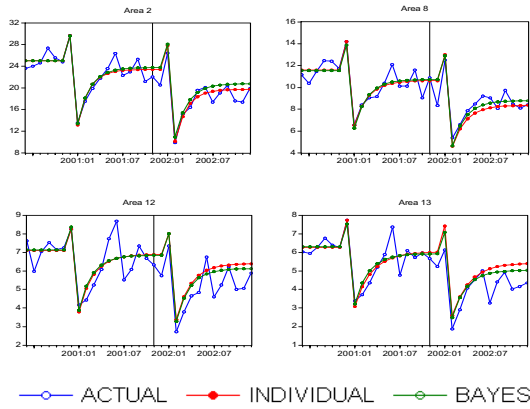
$$b_{8,i} = b_{4,i} \qquad (5)$$

$p_1$ 은 2001년 1월의 가격인상률,  $p_2$ 는 2002년 2월의 가격인상률을 나타낸다. 식 (5)은 두 번째 가격인상에 따른 가격인상 시점에서의 판매량 감소, 새로운 안정적 판매 수준으로의 회복 속도, 매점의 크기가 첫 번째 가격인상에 따른 변화와 같음을 의미한다. 가격인상에 따른 안정적 판매 수준의 감소에 대해서는 첫 번째 감소에 대한 두 번째 감소의 비율이 첫 번째 가격인상률에 대한 두 번째 가격인상률의 비율과 동일하다고 가정했다. 표본 구간 내에서 경쟁사 모두 가격 이외의 판매에 영향을 주는 광고, 판매촉진활동을 일정한 수준으로 유지하였고, 같은 시점에 제품의 가격을 동일한 폭으로 인상하였음을 고려해 볼 때 이상의 가정은 크게 제한적이지 않다.

<식 1>과 <식 2>의 모형을 이용하여 이미 추정한  $b_{1,i}, b_{2,i}, b_{3,i}, b_{4,i}$ 과 <식 4>, <식 5>를 이용하여 2001년 12월부터 2002년 12월까지의 월별 판매량을 예측한 결과는 <표 3>과 같다. <그림 4>는 추정값과 예측값을 그래프로 나타낸 것이다.

<표 3> 예측결과

	RMSE			MAPE		
	개별추정 ㉠	베이지안다계층 ㉡	㉡/㉠	개별추정 ㉠	베이지안다계층 ㉡	㉡/㉠
지역 1	0.5258	0.5141	0.978	7.91%	8.24%	1.041
지역 2	1.4828	0.1829	0.123	6.52%	8.74%	1.339
지역 3	0.8979	1.4823	1.651	7.22%	6.97%	0.965
지역 4	0.6325	0.8419	1.331	7.19%	7.58%	1.055
지역 5	0.3027	0.7505	2.479	7.00%	14.77%	2.111
지역 6	0.6942	0.1762	0.254	11.22%	14.38%	1.281
지역 7	0.5222	0.8266	1.583	15.43%	17.38%	1.126
지역 8	0.9601	0.4211	0.439	8.97%	8.02%	0.894
지역 9	3.0000	1.9548	0.652	13.51%	4.11%	0.304
지역 10	0.1990	0.8963	4.504	5.72%	5.47%	0.956
지역 11	1.7935	0.6256	0.349	18.44%	15.55%	0.843
지역 12	0.9644	0.4935	0.512	18.19%	15.74%	0.865
지역 13	0.9549	0.8726	0.914	21.21%	16.54%	0.780
지역 14	0.2898	0.5700	1.967	17.39%	10.19%	0.586
지역 15	0.7036	0.8599	1.222	12.55%	16.13%	1.285
지역 16	0.4680	1.1407	2.437	10.24%	8.89%	0.868
평균	0.8995	0.7881	0.876	11.80%	11.17%	0.947



<그림 4> 2000년 6월 ~ 2002년 12월 월별 판매량 추정과 예측

예측 수행 결과 MAPE(mean absolute percentage error)의 평균은 약 11%로 제안모형은 가격인상에 따른 판매량의 동적 변화를 잘 모형화하고 있다. 베이지안 다계층모형을 이용한 예측은 개별추정에 의한 예측보다 RMSE에서 평균 12.4%, MAPE에 있어서 5.3% 작은 오차를 나타낸다. 추정구간에서 개별 지역의 시계열 자료에만 의존해 얻은 추정치는 각각의 관측값들에 매우 민감하다. 여러 지역에서 나타난 가격인상에 따른 판매량 변화의 정보를 종합한 베이지안 다계층모형은 신뢰성과 강건성 면에서 향상된 추정치를 얻을 수 있으며, 따라서 예측 능력 역시 향상되었다고 해석할 수 있다.

**5. 결론 및 향후 연구방향**

가격변화는 단기적으로 판매량에 동적인 변화를 발생시킴으로 합리적인 경영 관리를 위해 이의 정확한 측정과 예측은 매우 중요하다. 본 연구는 가격인상에 의한 매점과 이에 따른 가격인상 이후 판매량 감소, 단기적 소비위축을 추정하는 모형을 개발하였고, 이를 이용한 예측 방법을 제안하였다. 모형을 통하여 매점현상의 크기, 가격인상 이후 단기적 판매감소, 새롭게 형성되는 안정적 판매수준을 추정할 수 있었으며, 예측수행결과 추정외구간(holdout sample)에서 예측의 평균 MAPE는 약 11%였다.

추정에 있어서 전국 16개 지역 판매량 시계열자료를 이용한 베이지안 다계층모형을 제안했으며, 추정외구간에서의 예측 오차를 비교해 볼 때 개별추정을 이용한 방법보다 예측수행 능력이 우수했다. 개별 지역의 시계열 자료에만 의존하는 개별추정에 비해 통합(pooling)을 통해 여러 지역에서 나타난 가격인상에 따른 판매량 변화의 정보를 종합한 베이지안 다계층모형과 통합추정의 경우 신뢰성과 강건성 면에서 향상된 추정치를 얻을 수 있으며, 따라서 예측 능력 역시 향상되었다고 해석할 수 있다. 뿐만 아니라 베이지안 다계층모형은 여러 지역에서 관측된 가격인상에 따른 평균적인 판매량 변화에 대한 정보를 제공한다. 자료가 관측되지 않은 지역에서 판매량 변화를 추측하거나 미래 가격인상에 따른 판매량의 변화를 예측할 때에도 평균적인 가격인상의 효과에 대한 정보는 중요한 역할을 한다.

본 연구에서는 시계열 모형을 이용하여 매점현상과 가격인상 이후 판매 감소 등 단기적 현상의 크기만을 추정하였다. 단기변동은 외생변수 혹은 내생변수에 의해 설명될 수 있으며, 따라서 인과관계모형의 적용이 가능할 것이다. 향후에는 단기변동을 설명하고 이를 통해 풍부한 정보를 제공하는 모형수립이 필요하다. 예측을 위한 모형에서는 단기변동의 형태가 유사하게 반복됨을 가정하였으나 이는 제한적인 가정이다. 판매촉진활동에 따른 소비자의 매점 행태는 판매촉진활동의 수준과 이의 반복에 따라 변해간다. 가격인상에 따른 매점 행태 역시 시변할 수 있으며 외생변수에 의해 설명될 수 있을 것이므로 향후에는 이에 대한 검증과 모형화가 필요하다.

**참 고 문 헌**

[1] Baltagi, Badi H. (2001), *Econometric Analysis of Panel Data* (Wiley, New York)

[2] Brooks S.P., A. Gelman (1998), "Alternative methods for monitoring convergence of iterative simulations," *Journal of Computational and Graphical Statistics* 7, 434-455

[3] Congdon, Peter. (2003), *Applied Bayesian Modelling* (Wiley, New York)

[4] De Finetti, B. (1964), *Foresight: Its logical laws, its subjective sources*, *Studies in Subjective Probability* (Wiley, New York)

[5] Doyle, Peter., John Saunders. (1985) "The lead effect of marketing decisions," *Journal of Marketing Research* 22, 54-65

[6] Engle, Robert F. and H. White (1999), *Cointegration, Causality and Forecasting* (Oxford University Press, Oxford)

[7] Gelfand, A., Sahu, S. (1999) Identifiability, improper priors and Gibbs sampling for generalized linear models. *Journal of American Statistical Association.* 94, 247-253

[8] Greene, William H. (2003), *Econometric Analysis* (Prentice Hall, Upper Saddle River)

[9] Leone, Robert P. (1987), "Forecasting the Effect of an environmental change on market performance," *International Journal of Forecasting* 3, 463-478

[10] Lindley, D.V., A.F.M. Smith. (1972), "Bayes estimates for the linear model and discussions," *Journal of the Royal Statistical Society B*, 34, 1-41

2005 한국경영과학회/대한산업공학회 춘계공동학술대회  
2005년 5월 13일~14일, 충북대학교

[11] Mela, C.F., Jedidi, K., Bowman D.,(1998) The Long-term impact of promotions on consumer stockpiling behavior, *Journal of Marketing Research*. 35,2, 250-262

[12] Neslin, S.A., (2002) Sales Promotion, *Handhook of Marketing* edited by Weitz, B. Wensley, R., Sage Publication, London

[13] Thompson, Patrick., Thomas Noordewier. (1992) “Estimating the effects of consumer incentive programs on domestic automobile sales,” *Journal of Business & Economic Statistics* 10,4, 409-417

[14] Van Heerde, H. J., Leeflang, P. S.H., Wittink, D. R.(2000) The estimation of pre- and postpromotion dips with store-scanner data, *Journal of Marketing Research* Aug, 37, 3