Convex Hull을 이용한 빠른 점 패턴 정합 방법

조 성배, 이 성환, 김 진형
한국과학기술원 전산학과 인공지능 연구실

A Fast Point Pattern Matching Method Using Convex Hull

Sung-Bae Cho, Seongwhan Lee and Jin H. Kim
Artificial Intelligence Lab., Dept. of Computer Science, KAIST

요 약

여러가지 다른 조건하에서 얻어진 영상 데이타들을 정합하는 방법으로 각각의 데이타에서 일련의 특징점을 추출하여 결과의 점 패턴을 정합하는 방법이 있다 본 연구에서는 점 패턴의 convex hull이 translation, rotation, scaling의 변화에 무관하게 본래의 형태를 유지한다는 성질에 착안하여 잡음이 섞인 영상 데이타에서 얻을 수 있는 특징점 중에서 convex hull 상의 점만을 이용하는 새로운 점 패턴 정합 방법을 제시하고, 별자리 예의 실험을 통하여 제안된 방법이 기존의 점 패턴 정합 방법을 개선함을 보인다.

I. 서론

패턴 정합(Pattern matching)은 주어진 2차원상의 입력 영상으로 부터 해당되는 모델의 물체를 인식하고자 하는 것으로 패턴 인식과 영상 처리의 기본적인 연구 분야이다. 따라서, 패턴 정합을 위한 여러가지 방법들이 연구되어지고 있는데, 일반적인 것으로 시간이나 공간의 frequency domain에서 수행되는 correlation방법이 있다 하지만, 이러한 방법들은 정합하는데 드는 비용(cost)이 영상의 양에 비례하여 많은 계산을 필요로 한다.

이와 같이 많은 계산량을 줄이기 위한 한가지 방법으로 점 패턴 정합이 있는데, 이것은 정합을 위해서 영상의 모든 데이타를 사용하는 대신 그 영상을 가장 잘 나타낼 수 있는 점들, 즉 특징점(feature point)들 만을 추출하여 정합하는 것이다 이 방법의 비용은 특징점의 수에 비례하기 때문에 주어진 영상으로부터 적은 수의 특징점을 추출할 수 있는 경우에 계산량을 줄일 수 있을 뿐만 아니라, 정합시킬 영상사이에 변형이 심한 경우에도 잘 정합시킬 수 있는 장점이 있다[1] 하지만, 점 패턴 정합 자체도 많은 계산을 필요로 하기 때문에 계산에 사용되는 특징점의 수를 줄일 수 있다면 보다 효과적일 것이다

따라서, 본 연구에서는 주어진 영상의 특징점들 중에서 translation, rotation, scaling의 변화와 같은 기하학적인 변환(geometrical transformation)에 관계 없이 본래의 형태를 유지하는 convex hull상의 점들 만으로 점 패턴 정합을 수행하는 계산 방법을 제시하고, 이 방법에 의한 convex hull이 주어진 영상을 적절히 나타냄을 보임으로써 제안된 방법이 기존의 방법에 비해 우수함을 입증하고자 한다. II장에서는 점 패턴 정합과 관련된 기존의 연구에 대하여 소개하고, 제안된 새로운 방법을 III장에서 설명하기로 한다 IV장에서는 별자리 영상의 데이타에 대한 실험 결과를 분석하며, 결론과 앞으로의 연구방향을 V장에서 언급한다

II. 기존의 점 패턴 정합에 관한 연구

점 패턴 정합은 국부적으로 관찰된 영상(locally observed image)으로 부터 유한개의 특징점을 추출하여 정합하는 방법으로 많이 연구되어 왔다 특히, 최근 몇 년동안 점 패턴 정합문제에 대해 여러가지 방법에 의한 실험이 이루어졌다[1,2,4]

초기에 Simon등은 특징점들 사이의 거리에 의해 정합하는 방법을 연구하였고, Zahn은 점 패턴들의 minimal spanning tree를 이용하였는데[5], 이들 방법은 비교하는 패턴이 같은 수의 점으로 이루어져야 할 뿐만 아니라 정합 가능한 패턴들 사이의 변환에 많은 제약이 있고, 또 점의 추가나 삭제에 매우 민감한 단점이 있다 Ranade등[1]은 relaxation을 통한 정합으로 실험하여, 이 방법이 패턴의 전역적인 변형(global distortion)에도 잘

작동함을 보였다 이러한 방법을 발전시켜 Ogawa[3]는 중요한 점에 가중치를 둔 특징점들을 유형별로 정합하는 레이블된 점 패턴 정합(labeled point pattern matching)에 대하여 연구하였는데, 이 방법은 주어진 패턴의 기하학적인 변형에 무관한(invariant) 장점을 가지고 있다. 이와 같은 연구들은 점 패턴 정합의 알고리즘 자체를 효율적으로 개선하고자 하는 방법과 입력으로 주어진 점 패턴에 relaxation등을 가하는 방법으로 나눌 수 있는데, 전자는 Groen등[7]과 이 성환등[6]에 의하여 연구되어 졌고, 후자는 Ranade등[1]과 Ogawa[3]에 의해서 연구되었다

본 연구에서는 이 두가지 방법을 통합하고자 하는 것으로, 특히 정합을 효율적으로 하기 위하여 최소한의 점을 사용하고자 한다 이것은 효율을 높이기 위하여 주어진 영상의 특징점들만으로 정합하는 것과 마찬가지로 점 패턴을 구성하는 점들중에서 주어진 영상을 잘 나타낼 수 있는 점들만을 뽑아서 정합하고자 하는 것이다 이때, 정합에 사용되는 점의 수를 줄이기 위한 방법에 오버헤드(overhead)가 너무 크면 큰 성과를 얻기 어려울 것이다 따라서, 본 논문에서는 점 패턴의 모든 점들을 포함하는 경계(boundary)상의 점들, 즉 convex hull 상의 점들을 정합에 사용하는데, 이 방법의 장점으로는 첫째, convex hull은 주어진 점 패턴들로 부터 체계적인 알고리즘에 의하여 효율적으로 구할 수 있으며, 둘째, convex hull은 translation, rotation, scaling의 변화와 같은 기하학적인 변형에 관계없이 본래 볼록 다각형(convex polygon)의 형태를 유지할 수 있다는 특징을 갖고 있으며, 세째, convex hull은 물체의 형태를 표현하는 기법으로 사용될 수 있다는 특징을 갖고 있다는 점등이다 따라서, 만일 convex hull이 주어진 영상을 적절히 나타낸다면, 점 패턴 정합의 속도는 사용된 점들의 수에 비례하므로, 전반적으로 계산량은 감소될 수 있다

III. 제안된 점 패턴 정합 방법

두개의 점 패턴 $P = p_1, \ldots, p_m$과 $Q = q_1, \cdot\cdot, q_n$이 주어 졌을때, 점 패턴 P를 정합하고자 하는 물체의 모델로 보고, 점 패턴 Q를 그러한 물체를 포함하고 있는 실 세계의 데이타라고 하면 다음과 같은 순서로 정합할 수 있다 먼저 모델의 점들에서 convex hull, CH_p을 찾은 후에 입력된 데이타의 점에 대하여 ${}_nC_m$개의 조합을 만들고, 그 각각의 convex hull CH_q를 찾는다 CH_p와 각각의 CH_q에 대하여 빠른 최소 제곱 오류 변환 방법[6]을 이용하여 오류와 기하학적인 변환값을 계산한 후에, 그 오류가 가장 작은 것으로 정합된 경우(instance)를 찾는다.

1. Convex Hull 알고리즘

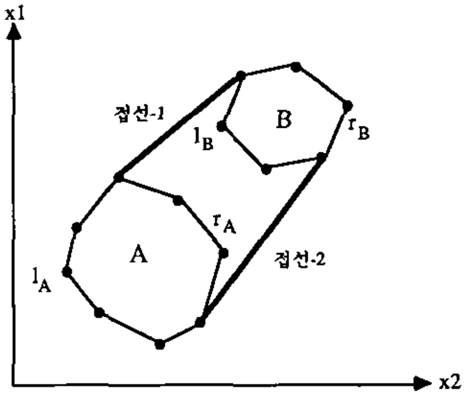
n개의 점으로 이루어진 점 패턴에서 최적의 방법으로 convex hull을 찾기 위하여 divide-and-conquer 기법을 사용한다. 즉, 주어진 점들을 계속 나누어서 구해진 sub-convex hull들을 재귀적으로(recursively) 통합하여 최종의 convex hull을 O(n log n)만에 구하는 것으로 구체적인 알고리즘은 다음과 같다

o 입력 점의 집합 $S = \{a_1, \ \ , a_n\}$
o 출력 · 집합 S의 convex hull, CH(S)

```
function Convex_Hull (S . set of points) : set of points,
  if S consists of 3 or less points
    then Convex_Hull = S;
    else begin
        divide S into two sets S1 and S2,
        CH_S1 = Convex_Hull (S1),
        CH_S2 = Convex_Hull (S2);
        Convex_Hull = Merge (CH_S1, CH_S2)
      end,
```

n개의 점에 대하여 convex hull을 찾아내는 모든 알고리즘은 적어도 O(n log n)의 복잡도(complexity)를 가지므로[8,9], 본 알고리즘은 최적(optimal)이다

이 알고리즘은 통합하는 단계가 가장 핵심적인 것으로 만일 A와 B가 두개의 볼록 다각형(convex polygon)이라고 할때 A와 B를 포함하는 CH(A, B)를 구하기 위해서는, A와 B가 공유하는 접선(tangent line)을 찾아서 얻어진 다각형(polygon)에서 내부의 점을 제거하면 된다 (그림-1 참고). 이때, 접선은 두 볼록 다각형의 양 끝 점을 잇는 선에서 시작하여 기울기의 변화를 비교해서 결정한다[8,9] 즉, <그림-1>에서 접선-1을 구하기 위해서는 r_A와 r_B를 잇는 선에서 시작하고, 접선-2를 구하기 위해서는 l_A와 l_B를 잇는 선에서 시작하여 먼저 r_A와 l_B를 각각 반시계 방향으로 돌리면서 기울기의 변화를 비교하여 두개의 접선을 찾아낸후 이를 이용하여 통합된 형태의 새로운 convex hull을 만들어 나간다



<그림-1> 볼록 다각형 A와 B의 통합 과정

2. 정합 알고리즘

일반적으로 두 점 패턴 사이의 모든 점 쌍(point pair)에 대하여 다음과 같은 함수적 관계가 존재할때 두 패턴은 동등(equivalent)하다고 한다.

$$x = f\ (r,s)$$

$$y = g\ (r,s)$$

그러나, 엄밀히 말하여 이러한 의미로는 항상 동등하다고 말할 수 없으며, 단지 두 점 패턴 사이에 근사적 관계만이 존재한다고 할 수 있는데, 그 근사적 관계는 어떤 오류기준(error criterion)을 최소화 시키는 변환을 찾음으로써 결정될 수 있다. 이때, 한 점 패턴에 n개의 점이 존재하고, 두 점 패턴간의 근사적 관계 f와 g가 최소 제곱의 의미로서 결정될때, 이러한 변환을 최소 제곱 오류 변환이라고 한다. 즉, W_i가 정합의 정도에 있어서 오류에 대한 가중치를 결정하는 계수라고 할때, 그 근사관계 f와 g는 다음의 변환오류 E를 최소화 시키도록 결정된다 따라서, 정합은 입력 데이타에서 모델의 패턴과 그 근사적 관계의 오류가 가장 작은 경우를 찾아 그때의 변환 매개변수를 계산하는 것이 된다.

$$E = \Sigma\, w_i \{[x_i - f(r_i, s_i)]^2 + [y_i - g(r_i, s_i)]^2\} \qquad (1)$$

만일 a_0, a_1, b_0, b_1을 적절히 정의하면 f, g를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f(r_i, s_i) = a_0 + a_1 r_i - b_1 s_i$$

$$g(r_i, s_i) = b_0 + b_1 r_i + a_1 s_i$$

이와 같이 정의된 f와 g를 방정식 (1)로 치환하면 다음과 같은 오류를 얻을 수 있다

$$E = \Sigma\, w_i \{[x_i - (a_0 + a_1 r_i - b_1 s_i)]^2 + [y_i - (b_0 + b_1 r_i + a_1 s_i)]^2\}$$

E를 최소화하기 위하여 a_0, a_1, b_0, b_1에 대한 E의 미분값을 0으로 놓음으로 아래의 식을 유도할 수 있다

$$\partial E / \partial a_k = 0$$

$$\partial E / \partial b_k = 0$$

for $k = 0, 1$.

이들 식으로 부터 다음과 같은 식이 유도되며, 이것은 행렬형태로 나타낼 수 있다

$$\Sigma\, [x_i - (a_0 + a_1 r_i - b_1 s_i)] = 0$$

$$\Sigma\, \{r_i\, [x_i - (a_0 + a_1 r_i)] + s_i\, [y_i - (b_0 + a_1 s_i)]\} = 0$$

$$\Sigma\, [y_i - (b_0 + b_1 r_i + a_1 s_i)] = 0$$

$$\Sigma\, \{s_i\, [x_i - (a_0 - b_1 s_i)] + r_i\, [y_i - (b_0 + b_1 r_i)]\} = 0$$

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum r_i & 0 & -\sum s_i \\ \sum r_i & \sum (r_i^2 + s_i^2) & \sum s_i & 0 \\ 0 & \sum s_i & n & \sum r_i \\ -\sum s_i & 0 & \sum r_i & \sum (r_i^2 + s_i^2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum x_i \\ \sum (y_i s_i + x_i r_i) \\ \sum y_i \\ \sum (y_i r_i - x_i s_i) \end{bmatrix}$$

이 식을 보다 간결한 형태로 나타내면 다음과 같다

$$A = M^{-1} X$$

따라서 변환오류 E와 매개변수 r_0, s_0, θ, c들은 다음과 같이 결정된다.

$$E = \Sigma x_i^2 + \Sigma y_i^2 - AX$$

$$\theta = \tan^{-1}(-b_1, a_1)$$

$$s = a_1 / \cos\theta$$

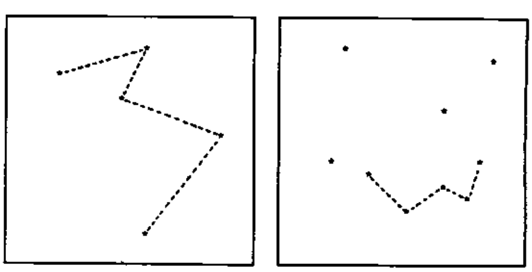
$$r_0 = (b_0 \sin\theta - a_0 \cos\theta) / s$$

$$s_0 = -(a_0 \sin\theta - b_0 \cos\theta) / s$$

이때, r_0와 s_0는 translation, θ는 rotation, 그리고 c는 scale을 의미한다. 이러한 변환법에서의 M은 각 모델 점 패턴에서의 점만으로 구성된다. 따라서, 행렬 M은 각 모델 점 패턴에 대해서 단지 한번만 계산하면 되므로 계산량이 감소된다. 이 방법의 계산량에 대한 비교 분석은 참고문헌 [6]에 자세히 되어 있다.

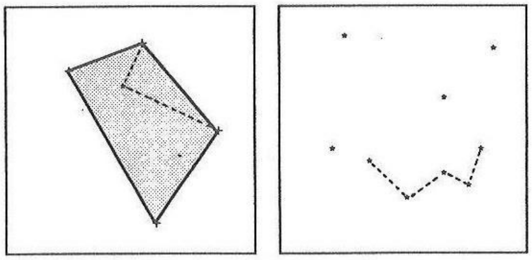
IV. 실험

본 연구에서 제시된 정합 방법을 별자리들의 정합에 적용하여 보았다. 이때, 모델과 입력 데이타 사이에 체계적인 변형을 주기 위하여 서로 다른 계절에 관측된 별자리들을 사용하여 정합하였다[1]. <그림-2>는 봄철의 카시오페아 자리(Cassiopeia)를 모델로 하여 가을철의 카시오페아 자리를 정합하는 예를 보여준다. 모든 패턴들은 256 x 256 격자(grid)위에서 입력되며, 모델과 입력 데이타 사이에는 기하학적인 변환이 있을 뿐만 아니라 주위의 다른 별자리에 의한 잡음(noise)이 포함되어 있다 실험을 위한 환경은 SUN3 워크스테이션 상에서 SunView 윈도우 시스템을 이용하여 대화식(interactive)으로 구현되었으며, <그림-3>은 <그림-2>의 데이타가 수행되는 과정을 보여준다



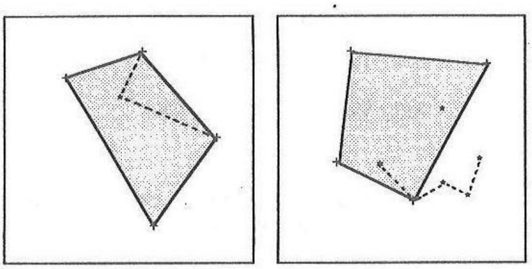
모델 입력 데이타

<그림-2> 별자리에서 얻어진 점 패턴들 (카시오페아 자리)



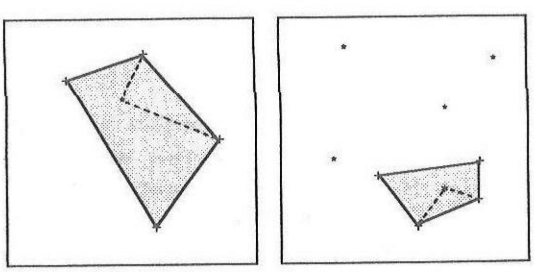
모델　　　　　　입력 데이타

<그림-3(a)> 모델의 점들에서 구해진 convex hull



모델　　　　　　입력 데이타

<그림-3(b)> 정합에 실패하는 경우



모델　　　　　　입력 데이타

<그림-3(c)> 정합에 성공하는 경우

실험을 통하여, 특징점을 모두 사용하는 경우도 convex hull 상의 점들만을 사용하는 경우와 마찬가지로 약 10%가량이 정합에 실패하여 입력 데이타에서 모델의 물체를 찾지 못하였다. (정합에 실패할 경우는 입력 데이타에 잡음이 많을 때였으며, 이러한 경우에도 변환 매개변수들, 즉 r_0, s_0, θ, c등,은 매우 비슷하게 구해졌다.) 물론 실험한 데이타가 부족할 뿐만 아니라, 모델과 입력 데이타의 기하학적인 변환도 정확하지 못한 점이 있었지만, 점 패턴 정합 자체도 전체 영상의 근사치인 특징점을 사용하는 것이므로 convex hull이 이 정도로 정확하다는 것은 매우 고무적인 것이다. 이때, 새로운 방법이 실패하는 경우는 convex hull 내부의 점이 정합에 중요한 역할을 하는 경우로 볼 수 있는데, 이러한 경우 입력된 점 패턴을 가중치등에 의해 나누어 각각의 점들에 대해 정합을 시도하는 것이 필요할 것이다. 하지만, 좀 더 정확한 결과를 얻기 위해서는 체계적인 실험과 분석이 필요하며, 특히 이러한 방법이 가장 잘 적용될 수 있는 문제 영역을 설정하는 것이 요구된다.

V. 결론

본 논문에서는 translation, rotation, scaling의 변화와 같이 기하학적으로 변환된 영상들 사이에 convex hull 상의 점만으로 점 패턴 정합을 수행하는 방법이 제안되었다. 별자리 데이타를 이용하여 실험한 결과로 알 수 있었던 사실은 convex hull이 기하학적인 변환에 무관하여 특징점들 중에서 convex hull 상의 점만으로도 주어진 영상을 잘 나타낸다는 것이었으며, 또 convex hull자체도 주어진 점들로 부터 체계적인 알고리즘에 의하여 효율적으로 구할 수 있어서, 전반적인 계산 속도가 증가되었다.

앞으로의 연구 방향으로는 본 연구에서 사용된 방법의 효율성을 정확히 입증하기 위하여 계산량의 정성적이고 정량적인 분석이 있어야 할 것이다. 또한, convex hull 내부의 점이 정합에 중요한 역할을 하는 경우에는 여기서 제시한 방법만으로는 적절하지 못하므로, 이에 대한 연구가 필요하다.

참고 문헌

[1] Ranade, S. and A. Rosenfeld, "Point pattern matching by relaxation," Pattern Recognition, Vol. 12, 1980, pp. 269-275.

[2] Kahl, D.J., A. Rosenfeld and A. Danker, "Some experiments in point pattern matching," IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-10, 1980, pp. 105-116.

[3] Ogawa, H., "Labeled point pattern matching by fuzzy relaxation," Pattern Recognition, Vol. 17, 1984, pp. 569-580.

[4] David, L., A. Barbara and N.K. Laveen, "Recognition of Spatial Point Patterns", Pattern Recognition, Vol. 16, No. 3, 1983, pp. 289-293.

[5] Zahn, C.T., "An algorithm for noisy template matching," Proc. IFIP 74, 1974, pp. 727-732.

[6] Lee, S. and J.H. Kim, "A fast computational method for minimum square error transform," Pattern Recognition Letters, 1988. (To appear)

[7] Groen, F.C.A., Sanderson, A.C. and Schlag J.F., " Symbol recognition in electrical diagrams using probabilistic graph matching," Pattern Recognition Letters, Vol. 3, 1985, pp. 343-350.

[8] Preparata, F.P. and S.J. Hong, "Convex Hulls of Finite Sets of Points in Two and Three Dimensions," Comm. ACM, Vol. 20, 1977, pp. 87-93.

[9] Preparata, F.P. and M.I. Shamos, Computational Geometry : An Introduction, Springer-Verlag, 1985, pp. 108-111.