

## 압전 작동기가 포함된 스마트 복합재 평판의 유한 요소 해석

한 재홍\*, 이 인\*\*

Finite Element Analysis of Smart Composite Plates  
Containing Piezoelectric Actuator

Jae-Hung Han\* and In Lee\*\*

### ABSTRACT

Recently, distributed piezoelectric actuators have drawn attention due to their potential applicability within smart structures. Because they serve not only as active components but also passive components, it is difficult to estimate their characteristics accurately. In this study a finite element method based on layerwise theory has been formulated to analyze the characteristics of the distributed piezoelectric actuators. The present method has the capability to describe more refined strain distribution and more realistic boundary conditions.

### 1. 서 론

미래의 고부가가치 구조물인 우주구조물이나 대형 항공기, 해양 구조물에 응용될 것으로 기대되는 스마트 구조물에 대한 관심이 높아지고 있다. 스마트 구조물은 구조물 자체에 고밀도로 분포된 감지기, 작동기 및 지능 구조를 갖춰 생명체와 마찬가지로 환경 변화에 적절히 적응해 나가는 성질을 지니고 있어야 한다. 스마트 구조물의 구체적 적용 목표는 진동 및 소음 제어, 구조물의 건전성 자체 진단 및 자가 수리, 형상 제어 등 여러 분야가 있으나 본 연구에서는 능동 진동 제어 특성이 주된 관심사이다. 이러한 스마트 구조물을 구현하기 위해서는 새로운 형태의 작동기가 필요한 데, 특히 분포된 압전 작동기에 관한 연구가

활발하다[1]. 관형으로 가공된 압전 작동기는 기존의 작동기에 비해 구조물에 삽입이나 부착의 방법을 통해 설치하기가 쉽고, 가벼우며, 에너지 소모도 작은 여러 장점을 지니고 있다. 이와 같이 분포된 압전 작동기를 이용하여 많은 연구자들이 진동 제어 실험 등을 수행하고 있으나[2] 진동 제어 실험에 필요한 시스템의 특성, 즉 고유진동수, 모달제어력 등을 실험적으로 구하여 사용하고 있다. 그러나 압전 작동기는 시스템에 능동 소자로만 작용하는 것이 아니라 그 자체가 구조물의 하중 지지 역할을 함께 수행하는 수동 소자의 역할을 함께 하며, 설계 시 작동기 자체가 구조물의 일부분으로 고려되어야 한다. 그러므로 실제 구조물의 제작 이전에 압전 작동기를 포함한 전체 구조물의 여러 거동을 해석할 수 있는 것이 매우 중요하다. 이와 같은 이유로 압전 작동기를 포함하는 구조, 특히 복합재 구조물에 대한 이론 및 수치 해석적 연구가 매

\* 한국과학기술원 항공우주공학과 대학원

\*\* 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과 교수

우 활발히 진행되어져 오고 있다[3-9]. Lee[3]는 고전 적층판이론을 사용하여 압전 작동기를 포함한 복합재 평판의 운동방정식을 제시하였다. Hwang 등[4]은 Lee[3]의 운동방정식을 유한 요소 정식화하였다. Ha 등[5]은 3 차원 요소를 이용하여 압전체 포함 구조물의 유한 요소 해석을 수행하였다. 그러나 판 이론을 사용한 해석은 복합재 판 구조의 면내 변위를 정확히 기술하지 못하는 단점이 있으며, 3 차원 요소 사용 시에는 너무 많은 자유도가 필요한 단점이 있다. 그러므로 충별 변위 적층판 이론을 이용한 유한 요소 해석 결과들이 발표되기 시작했다[6-8]. 본 연구에서는 충별 변위 이론을 사용하여 압전 작동기가 포함된 복합재 판 구조물의 동특성 및 작동 특성을 효율적으로 파악할 수 있는 유한 요소 정식화를 수행하였으며, 추후 스마트 구조의 진동 제어 시스템 설계에 응용될 수 있다.

## 2. 이론

본 장에서는 압전재료의 선형 구성 방정식, 충별 변위 적층판 이론을 이용하여 유한 요소 정식화를 수행한다. 판형으로 가공된 압전 작동기의 구성 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} \end{bmatrix}_m \begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \\ S_{yz} \\ S_{zx} \end{bmatrix}_m - E_{z,m} \begin{bmatrix} \hat{e}_{31} \\ \hat{e}_{32} \\ \hat{e}_{36} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_m \quad (1)$$

여기서  $\bar{C}_{ij}$ 는 변환된 강성행렬,  $\hat{e}_{ik}$ 는 변환된 압전 상수,  $E_{z,m}$ 은 두께방향으로 가해진 전기장이며,  $\sigma$ ,  $S$ 는 각각 응력 및 변형률이다. 충별 변위 적층판 이론에 의한 변위장은 다음과 같다.

$$u(x, y, z, t) = \sum_{J=1}^N U^J(x, y, t) \Phi^J(z)$$

$$v(x, y, z, t) = \sum_{J=1}^N V^J(x, y, t) \Phi^J(z)$$

$$w(x, y, z, t) = W(x, y, t) \quad (2)$$

여기서  $U^J$ 와  $V^J$ 는 면내 변위를 결정짓는 미지수,  $\Phi^J(z)$ 는 두께방향의 라그랑지 보간 함수,  $N$ 은 두께방향으로의 미지수의 갯수이다. 외력을 무시하면 해밀턴의 원리는 다음과 같다.

$$\int_0^T \int_{\Omega} \left[ \sum_{J=1}^N \left\{ N_x^J \frac{\partial \delta U}{\partial x} + N_y^J \frac{\partial \delta V^J}{\partial y} + N_{xy}^J \left( \frac{\partial \delta U^J}{\partial y} + \frac{\partial \delta V^J}{\partial x} \right) + Q_y^J \delta V^J + Q_x^J \delta U^J \right\} \right. \\ \left. + Q_y \frac{\partial \delta W}{\partial y} + Q_x \frac{\partial \delta W}{\partial x} + \sum_{J=1}^N \sum_{K=1}^N \{ I^{JK} (\ddot{U}^J \delta U^K + \ddot{V}^J \delta V^K) \} + I^0 \ddot{W} \delta W \right] dA dt = 0 \quad (3)$$

여기서

$$(N_x^J, N_y^J, N_{xy}^J) = \int_{h/2}^{-h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) \Phi^J(z) dz$$

$$(Q_y, Q_x, Q_y^J, Q_x^J) = \int_{h/2}^{-h/2} (\sigma_{yz}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz} \frac{d\Phi^J(z)}{dz}, \sigma_{xz} \frac{d\Phi^J(z)}{dz}) dz$$

$$(I^0, I^{JK}) = \int_{h/2}^{-h/2} \rho(1, \Phi^J(z) \Phi^K(z)) dz \quad (4)$$

변위장  $(W, U^J, V^J)$ 은 형상함수  $\hat{\psi}_i$ 와 절점 변수  $(W_i, U_i^J, V_i^J)$ 의 선형 조합으로 다음과 같이 보간된다.

$$(W, U^J, V^J) = \sum_{i=1}^{NPE} (W_i, U_i^J, V_i^J) \hat{\psi}_i \quad (5)$$

여기서  $NPE$ 는 요소당 절점 갯수이다. 식 (5)를 식 (3)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \sum_{L=1}^M \mathbf{F}_L E_{z,L}(t) \quad (6)$$

식 (6)을 모달 영역으로 변환하면 다음과 같은 모달 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{\eta}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{\eta}_j + \omega_j^2 \eta_j = \sum_{L=1}^M B_{jL} V_L(t) \quad (7)$$

여기서  $\eta_j$ ,  $\omega_j$ ,  $\zeta_j$ 는 각각 모달 좌표, 고유 진동수, 감쇠비이며,  $V_L$ 은  $L$  번째 작동기에 가해지는 전압,  $B_{jL}$ 은  $L$  번째 작동기에 가해지는 단위 전압에 의해 유기되는  $j$  번째 모드의 모달 제어력이다.

### 3. 결 과

본 연구에서 개발된 유한 요소 해석 프로그램을 이용하여 기존의 여러 연구결과들과 충분한 검증을 거쳤으나 지면 관계상 생략하기로 하고 본 논문에서는 보 형태와 판 형태 스마트 구조물의 대표적인 해석 결과만을 정리하였다.

Fig. 1과 같이 상하대칭으로 압전 세라믹이 부착된 보 형태의 구조물을 고려하기로 하자. 사용된 재료의 물성치는 Table 1에 보인 바와 같고, 복합적층보의 적층각은  $[0 / \pm\theta / 90]_S$ 이며,  $100\text{mm} \times 5\text{mm} \times 1.3\text{mm}$ 의 크기를 갖는다. 실제 구조물 제작 시 압전 세라믹은 매우 취성이 강해 경계에서 고정시키기가 어렵우므로 Fig. 1에 보인 바와 같이 복합재 구조부분만 고정시켜 사용하는데, 본 연구에서 제시한 해석 방법으로 쉽게 모델링 가능하다. 해석 결과 중 시스템의 동

적 특성 값, 즉 고유진동수, 감쇠비, 및 모달 작동력

$B_{jl}$ 이 주된 관심사이다. 해석에는  $10 \times 19$  절점 요소가 사용되었으며 면내 변위는 두께 방향으로 13개의 자유도를 가지고 모델링되었다. 적층각  $\theta$ 의 변화에 따른 시스템의 특성값 변화는 Fig. 2-4에 정리되었다. 감쇠비는 참고문헌 [10]에서 소개된 바와 같이 도달변형률 에너지법(Modal strain Energy method)을 사용하여 구하였다. Fig. 2-4에서 1차 횡 전단 변형 관이론에 기초한 해석 (FSDT) [9], 고정 경계 조건을 적용

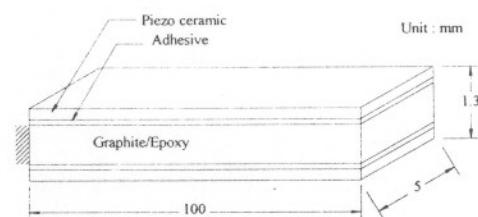


Fig. 1 Composite beam with bonded piezo ceramics.

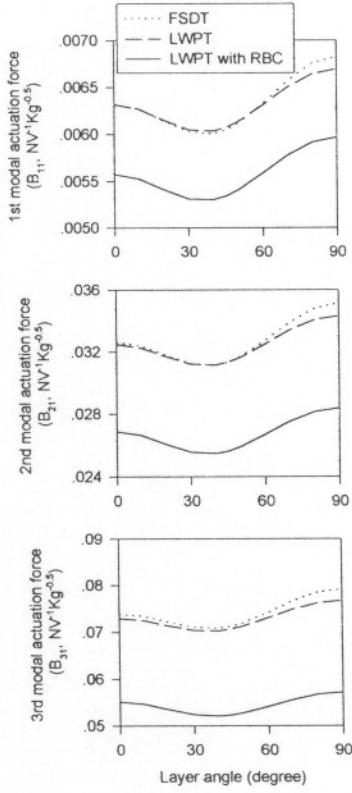
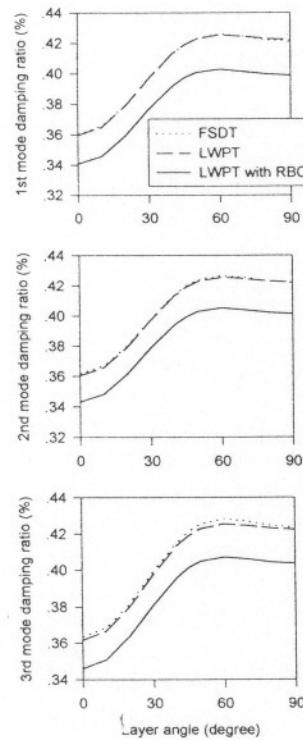
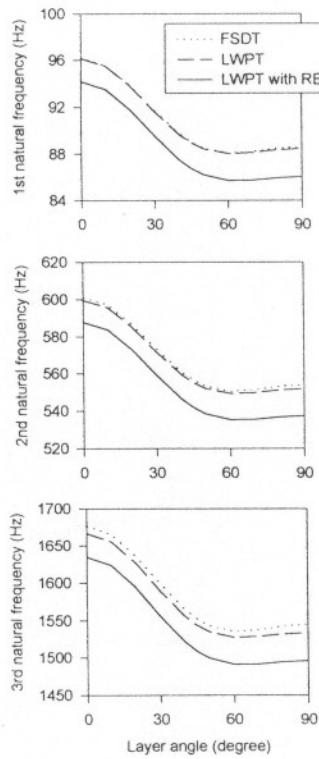


Fig. 2 Natural frequency variations. Fig. 3 Inherent damping variations. Fig. 4 Modal actuation force variations.

한 층별 적층판 이론을 이용한 해석(LWPT), 그리고 실제 경계 조건을 적용한 층별 적층판 이론을 이용한 해석(LWPT with RBC) 결과를 각각 정리하였다.  $\theta$ 가 90도에 근접할 수록, 고차 모드일수록 기존의 판 이론에 기초한 해석 결과와 LWPT에 기초한 해석이 차이를 보이고 있다. 그리고 판 이론의 경우 정확한 경계 조건 묘사가 불가능하나, LWPT 적용 시에는 실제적인 경계 조건 적용이 용이하며 해석 결과에 큰 영향을 미침을 알 수 있다.

다음 해석 예제는 압전 세라믹이 상하대칭으로 부착된 복합재 평판 구조이며 Fig. 5에 도시하였다. 적층각이  $[0 / \pm 45 / 90]_S$  일 때 처음 세 모드에 대한 시스템 특성 값을 Table 2에 정리하였다. 실제적인 경계 조건 적용이 고유진동수와 감쇠비의 계산에 매우 큰

Table 1 Material properties.

Properties	Graphite/ Epoxy	Adhesive	Piezo Ceramic
$E_1$ (GPa)	130	1.78	59
$E_2$ (GPa)	9.6	1.78	59
$G_{12} = G_{12}$ (GPa)	4.8	-	-
$G_{23}$ (GPa)	3.2	-	-
$V_{12}$	0.31	0.3	0.34
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	1570	1050	7400
$\psi_1$ (%)	0.5698	4.912	7.486
$\psi_2$ (%)	3.895	4.912	7.486
$\psi_{12} = \psi_{13}$ (%)	5.101	4.912	10.62
$\psi_{23}$ (%)	5.313	4.912	10.62
ply thickness (mm)	0.1	0.05	0.2

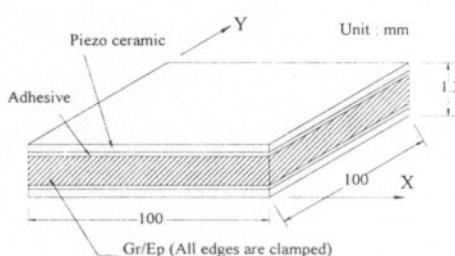


Fig. 5 Composite plate with bonded piezo ceramics.

영향을 주고 있음을 알 수 있다. 그리고 고정 경계 조건을 적용하여 해석하는 경우 처음 5개 모두 가진할 수 없는 것처럼 보이나, 실제로는 첫번째, 네번째, 다섯번째 모드가 가진됨을 알 수 있다.

### 3. 결 론

본 연구에서는 층별 변위 적층판 이론에 기초하여 압전재료를 포함하는 스마트 구조물의 동특성 및 작동 특성 즉 고유진동수, 모드형상, 감쇠비, 모달 작동력 등을 효율적으로 파악할 수 있는 유한 요소 정식화를 수행하였다. 본 방법은 3 차원 요소를 사용할 때처럼 면내 변위의 두께 방향으로의 변화를 정확히 모델링할 수 있으며, 보다 실제적인 경계 조건의 적용도 용이하다. 보 형태 및 판 형태의 해석 예제를 통해 판 이론에 기초한 해석에 비해 본 방법이 보다 타당성을 지님을 확인할 수 있었다.

### 후 기

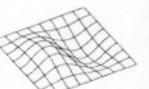
본 연구는 한국과학재단 지원으로 수행된 연구 (과제번호: 96-0200-05-01-3)의 일부이며 관계자 여러분께 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

- (1) Crawley, E.F., and de Luis, J., 1987, "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures," AIAA Journal, Vol. 25, No. 10, pp. 1373-1385.
- (2) 류근호, 한재홍, 이인, 1997, "압전 감지기/작동기를 이용한 복합재 평판의 최적 진동 제어 실험," 한국소음진동공학회지, 제 7 권 제 1 호, pp. 161-168.

- (3) Lee, C.-K., 1990, "Theory of Laminated Piezoelectric Plates for the Design of Distributed Sensors/Actuators. Part I: Governing Equation and Reciprocal Relationships, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 87, No. 3, pp. 1144-1158.
- (4) Hwang, W.-S., and Park, H.C., 1993, "Finite Element Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuators," AIAA Journal, Vol. 31, No. 5, pp. 930-937.
- (5) Ha, S.K., Keilers, C., and Chang, F.-K., 1992, "Finite Element Analysis of Composite Structures Containing Distributed Piezoceramic Sensors and Actuators," AIAA Journal, Vol. 30, No. 3, pp. 772-780.
- (6) Robbins, D.H., and Reddy, J.N., 1991, "Analysis of Piezoelectrically Actuated Beams Using a Layer-Wise Displacement Theory," Computers and Structures, Vol. 41, No. 2, pp. 265-279.
- (7) Saravanos, D.A., and Heyliger, P.R., 1995, "Coupled Layerwise Analysis of Composite Beams with Embedded Piezoelectric Sensors and Actuators," Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 6, pp. 350-363.
- (8) Lee, I., and Han, J.-H., 1996, "A Refined Analysis of Piezo-Laminated Composite Structures: Natural Modes, Damping, Electro-Mechanical Coupling," 3rd ICCE, New Orleans, Louisiana.
- (9) 한재홍, 이인, 1995, "유한요소법을 이용한 지능 복합재 구조의 진동 제어 특성 고찰," 한국항공 우주학회지, 제 23 권 제 1 호, pp. 85-96.
- (10) 조기대, 한재홍, 이인, 1997, "압전 세라믹이 부착된 복합재 구조물의 진동 및 감쇠 특성," 한국 소음진동공학회 춘계발표회, 경주.

Table 2 System parameters for the composite plate with distributed piezoelectric actuator.

Mode Number		1st	2nd	3rd	4th	5th
Mode Shapes						
Frequency (Hz)	FSDT	890.97	1735.2	1885.2	2649.9	3075.5
	LWPT	886.82	1722.2	1869.1	2620.8	3040.8
	RBC**	832.30	1570.4	1774.8	2449.1	2837.3
Inherent Damping Ratio (%)	FSDT	0.515	0.548	0.477	0.528	0.550
	LWPT	0.504	0.542	0.463	0.520	0.543
	RBC	0.464	0.494	0.427	0.481	0.513
Modal Actuation Force* ( $N/V\sqrt{kg}$ )	FSDT	0	0	0	0	0
	LWPT	0	0	0	0	0
	RBC	0.2028	0	0	0.0287	0.5550

\* : Modal actuation force for fully covered piezoelectric actuator

\*\* : LWPT with RBC

1997년도

# 춘계 학술대회 논문집

일 시 : 1997년 5월 22 · 23일

장 소 : 경주 코오롱 호텔



사단법인 한국소음진동공학회

서울시 서초구 서초동 1598-3 (르네상스오피스텔 1406호)

Tel : (02) 3474-8002(代), 8003

Fax : (02) 3474-8004

*Proceedings of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering  
Kyongju, Korea, May 1997*

5월/23일(금)

발표장	화 랑 흡	금 관 흡	금 성 흡	영 지 흡	오 운(B) 흡
분 야 (좌 장)	일반기계전동 I (조대승:현대중공업)	회전체 진동 I (최상규:기계연)	지능형 진동제어 I (황재혁:항공대)	소음원 규명 및 분석 I (김두훈:유니슨)	음 장 해 석 I (권영필:승실대)
09:00-09:20	발전기 고정자 프레임의 모드 매개변수 규명 (류석주:한국중공업)	축어긋남이 있는 불베어링 지지 회전체의 진동해석(이영섭:과기원)	ER 유체를 이용한 상용차 운전석의 반동동형 현기장치(최정환:인하대)	빔형성 방법을 이용한 평판에서의 음향방사파의 분포 추정 (김영기:과기원)	고주파 초음파 세정기의 파동 해석 (최성훈:삼성중합기술원)
09:20-09:40	상용 워크스테이션의 방진 (이재홍:연세대)	씨일미모가 다닌터빈 펌프 동적거동에 미치는 영향(김영철:기계연)	PPF와 SRF 제어기법을 사용한 지능구조물의 능동진동제어(곽문규:동국대)	선박 방사소음의 측정, 분석 및 예측 (윤종락:부경대)	실험적 방법에 의한 평판-공동 연성계의 음장 가시화(김시문:과기원)
09:40-10:00	유전 알고리즘에 의한 배관지지대의 최적 배치(양보석:부경대)	로티리 컵프레서의 축계 진동 해석 (김태학:부신대)	PZT를 이용한 다중모드 강제진동의 능동제어 (윤신일:경남대)	근접 음향 홀로그래피 방법의 적용을 위한 홀로그램 측정 방법의 비교 (박순호:과기원)	잔향실의 음압분포해석 및 계측치와의 비교 (김현실:기계연)
10:00-10:20	유체 커플링의 맥놀이 현상 시례 연구 (최성필:한국중공업)	믹서기용 다지기 훈날 벨런싱에 의한 진동저감(김영철:기계연)	분포형 압전필름 감지기와 압전세라믹 작동기를 이용한 보의 진동제어(박근영:현대자동차)	등속 이동 음원의 통과 소음 스펙트럼 추정에 관한 연구 (임병덕:영남대)	구조-음향 연성계의 민감도 해석을 이용한 모형차량의 소음저감 (박동철:현대자동차)
10:20-10:40	Coffee Break(전시회 참관 : 계속) ; 오운(A) 흡				
분 야 (좌 장)	일반기계전동 II (김호종:한국중공업)	회전체 진동 II (정의봉:부산대)	지능형 진동제어 II (곽문규:동국대)	소음원 규명 및 분석 II (임병덕:영남대)	음 장 해 석 II (김현실:기계연)
10:40-11:00	종진동에 의한 크랭크축의 안전성 평가 (이돈출:현대중공업)	하이브리드 베어링 지지 저손실 에너지 저감 시스템의 축방향 영구 자석베어링 설계기술 (경진호:기계연)	압전 세라믹이 부착된 목 핵재 구조물의 진동 및 감쇠 특성(조기대:과기원)	고체 음원의 출력 예측 방법에 대한 연구 (김상렬:기계연)	잔향실의 음장해석(II) (임정빈:승실대)
11:00-11:20	충격 엘더드릴의 기구해석 및 설계 (박병규:계양전기)	고속차 수력 펌프/터빈 턴너에 대한 모드 실험 (류석주:한국중공업)	압전 작동기가 포함된 스마트 복합재 평판의 유한요소해석 (한재홍:과기원)	원형 충돌제트의 불안정 모드 (권영필:승실대)	벽면의 임피던스 변화에 따른 폐공간 내부에서의 음장특성분석 (도중석:한양대)
11:20-11:40	콘테이너 크레인의 헤드볼록 활동요 해석 (조대승:현대중공업)	플라이휠 에너지 저장 장치 회전체계의 동역학적 설계 및 해석 (최상규:기계연)	압전작동기를 갖는 2링크 유연 매니퓰레이터의 힘 및 위치제어 (김형규:인하대)	지게차 소음원 규명 및 소음 저감 (송세철:삼성중공업)	이방성 압전 작동기를 이용한 복합재료 평판을 통한 공동(空洞)내의 소음억제(윤기원:서울대)
11:40-12:00	하드디스크 구동스핀들 모터의 진동특성(장건희:한양대)		피에조 세라믹을 이용한 유연한 평판의 능동진동제어(박수홍:한양대)	저소음 로더 개발에 관한 연구(전두환:영남대)	일반 경계조건의 얇은 물체에 대한 직접 경계오소법의 개발 (이강덕:현대자동차)
12:00-13:00	중식(포석정)				
13:30-16:30	견학 및 다과회[현대자동차 → 현대중공업 → 울산대학교(해산)]				