



충격파-와동 간섭 및 음향 방사에 대한 수치 모델

A Computational Model on Shock-Vortex Interaction and Acoustic Radiation

○장세명¹⁾, 이수갑²⁾, 장근식³⁾

Se-Myong Chang, Soogab Lee and Keun-Shik Chang

We study a conceptual numerical model on shock-vortex interaction setting an impulsive shock in a compressible vortex. Navier-Stokes equations are solved for the investigation of interactive structure and acoustic wave propagation. The rotationally symmetric vortex enforces two compression-expansion pairs resultantly forming a quadrupolar shape. These compressive and expansive waves cylindrically propagate to the far field and turn to acoustic waves. Using a fine uniform Cartesian grid system and a TVD-high resolution method, the flow data are precisely obtained to extend our interest to the sound source.

1. 서론

충격파와 와류가 상호 간섭을 일으켜 음향파를 발생시키는 학계에 이미 잘 알려져 있는 사실이다. 충격파가 와동에 가하는 전단 응력에 의하여 와동은 4 중극 (quadrupole) 음원으로 작용한다. Weeks & Dosanjh [1] 혹은 Ribner [2] 의 연구에서는 이러한 4 중극 음원 뿐만 아니라 와동의 팽창 (dilation)으로 인한 홀극 (monopole)과 충격파의 전후에서 발생하는 쌍극 (dipole) 음원까지도 정량적으로 분석하였다. 그러나 Lighthill 의 음향 상사 이론과 Kirchhoff 방법을 사용한 이러한 수학적 연구는 충격파-와동 간섭에 있어 비선형 현상에 속하는 부분까지 완전히 규명할 수는 없었다. 한편 지난 20여 년 동안 발달한 전산유체역학의 유동 해석 기법들을 이용하여 보다 정밀한 간섭 패턴을 살펴보고자 하는 노력도 최근까지 계속되고 있다 [3]-[5]. 비록 전산 해석이 최종적으로 실험치에 준하는 데이터를 제공하는 것은 사실이지만, 음향 방사의 보다 본질적인 원인을 캐기 위해서는 단순한 계산뿐만 아니라 해석적인 접근이 요구된다.

본 연구에서는 먼저 와동의 내부에 주어진 강도의 충격파를 발생시키는 새로운 충격파-와동 간섭 모델을 제시하고, 이 충격파가 외부 유동으로 방사되는 과정을 전산 해석을 통하여 관찰한다 (2 장). 다음 와동 모델이 실제 물리 현상과 어느 정도 유사한지 실험 데이터와 이의 시뮬레이션 결과를 도입하여 분석 고찰하고, 마지막으로 음향 해석을 통하여 2 장의 모델에서 발생하는 음원들에 대해 서로 비교하고 고찰한다 (3 장).

2. 충격파-와동 간섭의 수치 모델

2.1 기존의 수치 와동 모델

서론에서 언급한 수치적 연구들에서 연구자들은 압축성 와동에 대해 혼성 모델 (hybrid model)을 사용하고 있다. 와동의 중심부에는 강력한 회전성 핵 (rotational core)이 존재하며, 외부 와류의 구조는 비회전성 포텐셜 유동의 패턴을 회복한다. 즉, 와도 (vorticity)는 와동의 일정 반경 내부에만 분포할 뿐이다. 이러한 와동의 2 중 구조는 실험적 연구에서도 이미 밝혀진 바 있다 [6], [7].

참고 문헌 [3]에서는 와동의 내부에서 속도를 일정하게 분포시킴으로써 중심에서의 특이성 (singularity)을 제거하였다. 그러나 실험 연구에 의한 결과에 의하면, 미끄럼선 (slip line)에서 떨어져 나온 압축성 와동의 중심은 거의 고체 회전 (solid-body rotation)에 가까운 운동을 하고 있다. 참고 문헌 [4], [5]에서는 와동 핵에서의 와도를 일정하다고 가정하였다. 그러나 고립 와동을 만들기 위하여, 외부 포텐셜 영역에서 전체 유동장의 와도를 상쇄시키는 음수 부호의 와도를 도입하였다. 이러한 가상의 마이너스 와도는 와동 외부 경계에서 유동 변수들을 연속으로 유지시

1) 회원, 서울대학교 기계/항공공학부 공력소음 및 소음제어 연구실

2) 회원, 서울대학교 기계/항공공학부 교수

3) 회원, 한국과학기술원 (KAIST) 기계공학과 항공우주공학전공 교수



켜 준다는 장점이 있지만 역시 비물리적인 값이다.

한편 충격파-와동의 간섭에 대하여, 기존의 모델들은 고립된 와동에 평면 충격파를 충돌시키는 방법을 사용하고 있다. 따라서 현상의 전반에 걸쳐서 입사 충격파의 존재에 의한 모델의 비선형성을 완전히 제거할 수 없었다. 다음 절에서는 와동 내부에 인위적인 불연속을 가상의 초기 조건으로 발생시킨 다음, 이것이 어떤 분포를 이루며 외부 유동으로 전파되는지 밝혀볼 것이다.

2.2 새로운 수치 모델의 제안

참고 문헌 [6] 의 실험 연구를 통하여 저자들은, 비록 비압축성 유동 모델이지만 고전적인 Rankin 와동 모델이 대체로 실험 결과와 유사한 와동의 형태를 묘사하고 있다는 결론을 얻었다. 따라서 외란 (outer disturbance)이 없는 와동에 대해 다음의 모델을 사용한다.

$$V_{\theta, free}(r) = \begin{cases} \Omega r, & r \leq r_c \\ \frac{\Gamma}{2\pi r}, & r \geq r_c \end{cases} \quad (1)$$

여기에서

$$\Omega r_c = \frac{\Gamma}{2\pi r_c}$$

이며, V_{θ} 는 와동 중심에 대한 접선 속도, Ω 는 와동 핵의 각속도, Γ 는 와동이 유도하는 circulation, 그리고 r_c 는 와동 핵의 반경을 의미한다.

(1) 식을 바탕으로 다음 조건들을 이용하면, 압력 (p)이나 밀도 (ρ) 등을 계산할 수 있다.

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{V_{\theta}^2}{r} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{dT}{dr}) = 0, & r \leq r_c \\ p = p_{\infty} \left(\frac{\rho}{\rho_{\infty}} \right)^{\gamma}, & r \geq r_c \end{cases} \quad (3)$$

여기에서 γ 는 비열비 (specific heat ratio, 공기의 경우 1.4), T 는 온도이며 ($p = \rho RT$), 아래 첨자 ∞ 는 원장 (far field, $r \rightarrow \infty$)을 의미한다. 위 식들 중 특히 (3) 식에서 와동은 와동핵 ($r \leq r_c$)에만 분포하고 있으므로 이곳에서는 $r=0$ 에서의 특이성을 허용하지 않는 단열 조건 (adiabatic condition)을 적용하고, 이 밖의 영역에서는 등엔트로피 과정 (isentropic process)이라고 생각할 수 있다.

다음의 과정으로서 와동의 어느 한 방사 선 (radial line)을 따라 주어진 강도의 충격파가 존재한다고 가정한다. 즉, x 축의 양의 방향 ($\theta = 0, 2\pi$)을 따라 마하 수 M_s 인 충격파를 위치시키고, 나머지 유동 변수들은 방위각 θ 에 대한 선형 보간 (linear interpolation)으로 초기 분포를 준다.

$$p(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \{ p_{shock}(r) \theta + p_{free}(r) (2\pi - \theta) \} \quad (4)$$

여기에서

$$\frac{p_{shock}}{p_{free}} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_s^2 - 1)$$

나머지 변수들도 이런 식으로 초기 분포를 준다. 와동을 외부 영역 ($p = p_{\infty}$, $V_{\theta} = 0$) 에 대해 고립시키기 위하여, $r_o = 3r_c$ 인 와동 반경을 주고, $r \leq r_o$ 에 대해서만 (4) 식을 적용시키고, $r > r_o$ 영역에서는 외부 영역 (silence region)의 물리량들로 고정시킨다. 따라서 이 모델에서 와동과 외부 유동 사이, 즉 $r = r_o$ 에서는 불연속에 의한 인위적 파동들이 존재하게 된다 (본 논문에서는 이를 Slip Model 이라고 부르기로 한다). Slip Model 에 대한 아이디어는 Fig. 1 에 도시되었다.

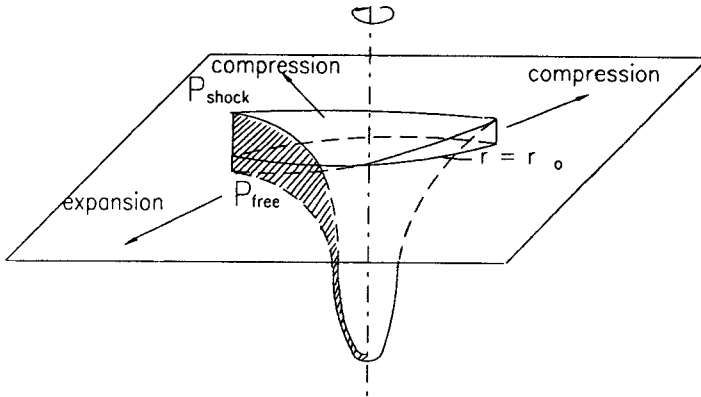


Fig. 1. Slip Model of the Present Simulation.

2.3 수치 시뮬레이션 및 결과

균등 격자 위에서 Navier-Stokes 방정식을 수치 해석하면 Fig. 2(a)-(e) 의 밀도 분포 결과를 얻는다. 이 때, $M_s = 1.5$, $r_c = 10$ mm, $\Omega r_c = 400$ m/s, $p_\infty = 1 \times 10^5$ N/m², $\rho_\infty = 1$ kg/m³ 이며, 계산 영역은 200 mm x 200 mm 의 정사각형이고, 와동은 시계 방향 (clockwise direction) 으로 회전하고 있다.

Fig. 2(a) 에서 초기 조건으로 준 강한 충격파가 충격량 (impulse)으로서 존재하고 있음을 알 수 있다. 와동의 접선 속도는 $r = r_c$ 근방에서만 초음속이며 그 이외의 영역에서는 아음속이기 때문에 이 충격파는 충분한 상대 속도 (초음속)를 얻기 위하여 와동 회전과는 반대 방향으로 회전한다. 이는 참고 문헌 [6] 등의 실험 결과 등에서도 관찰된다. Fig. 2(b) 에서 전파하는 충격파 뒤의 유동은 θ 방향에 대해서 압축 (와동 회전에 대해 오르막)과 팽창 (와동 회전에 대해 내리막) 영역으로 이루어진 꽃잎 (petal)을 형성한다. 또한 와동핵 경계 ($r = r_c$) 근방에서 또 다른 꽃잎이 막 형성되고 있다. 이 두 개의 꽃잎들은 Fig. 2(c) 에서 서로 만나면서 수직 위에서 보았을 때 Fig. 2(f) 와 같은 모습을 보인다. 이 형태는 이후 비교적 오랜 시간 동안 지속된다 (Fig. 2(d)-(e) 참조).

3. 물리적 고찰 및 음향 해석

3.1 와동의 구조

본 연구에서는 외란이 가해지기 전 기본적인 와동의 형태를 Rankin 모델로 묘사하였다 [1]. 이 모델은 물론 실제의 유동 현상을 상당히 간략화한 것이다. 비정상 충격파에 의해 유도되는 유동장의 실험적 가시화 결과는 와동 주변에 나선형으로 꼬인 미끄럼선 (slip line)이 존재함을 확연히 보여 주고 있으며, 이의 전산 해석으로부터 또한 와동핵과 포텐셜 영역 사이에 미끄럼층 (slip layer)에 의한 결리 (fault)가 있음을 알 수 있다 [6].

비교적 오랜 시간 (500 μ s 정도) 후에 와동은 생성 초기에 와도를 공급하던 물체로부터 멀리 떨어져 나가면서 이러한 미끄럼층으로부터 비교적 자유로워진다. 참고 문헌 [7] 의 Lee-Bershadter 와동 모델은 이러한 대칭의 와동의 모습을 잘 보여준다. 그러나 비교적 짧은 시간 (100 μ s) 이내에 수행된 참고 문헌 [8] 의 실험 및 계산 결과로부터 점성에 의한 감쇄를 무시한 Rankin 모델이 적어도 충격파-와동 간섭의 초기에는 유효하다는 사실을 알 수 있다 (Fig. 3(a)-(b) 참조). Fig. 3(a) 에서 실험으로 구한 접선 속도의 분포는 결리 근방에서 Rankin 모델의 그것과는 상당한 차이가 있다. 그러나 Fig. 3(b) 에서 와동 핵을 제외한 나머지 부분에서 밀도 분포는 대체로 일치하는 경향을 보인다.

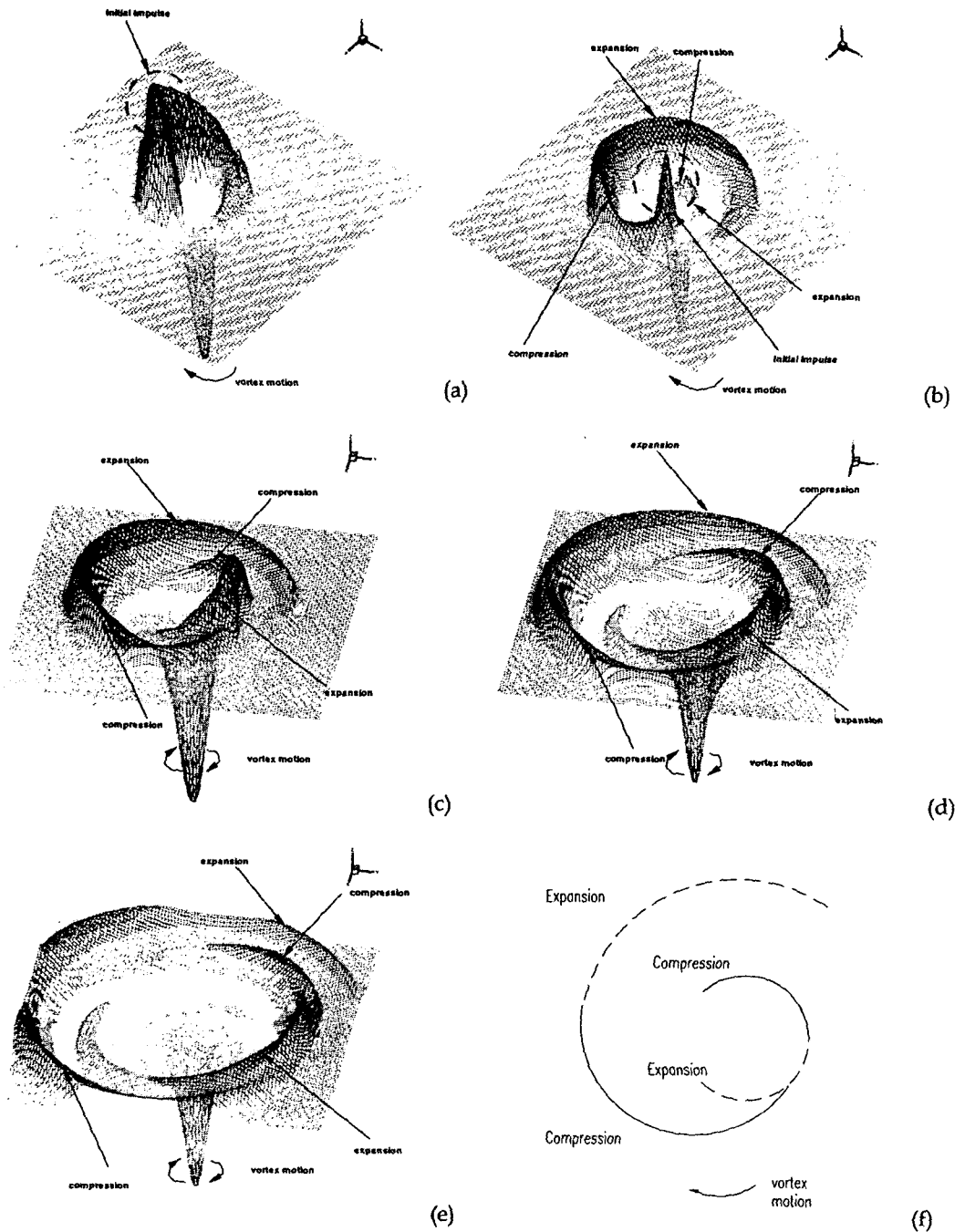


Fig. 2. A Quadrupolar Shock-Vortex Interaction Model: (a) $10 \mu s$, (b) $50 \mu s$, (c) $100 \mu s$, (d) $150 \mu s$, (e) $200 \mu s$, (f) Schematic (upper perpendicular view).

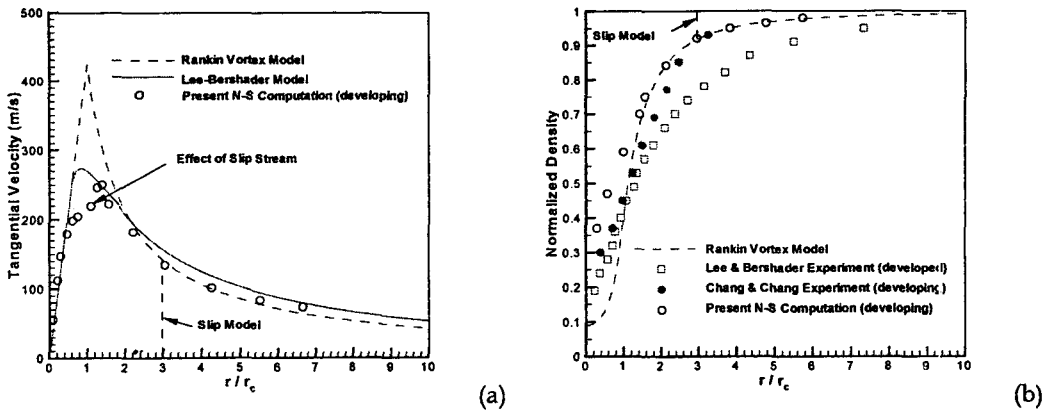


Fig. 3. Radial Profiles of a Starting Vortex: (a) Velocity, (b) Density.

3.2 충격파-와동 간섭의 음향 해석

참고 문헌 [1], [2]에서 제시된 대로 Kirchhoff 방법을 이용, 음향 해석을 실시하면 각각 홀극, 쌍극, 4 중극에 대한 음원들을 분리할 수 있다. 원통형 유동장에 대해 무차원화된 음압 $p' = (p - p_\infty) / p_\infty$ 의 분포는 원음장 (far field) 에서 다음과 같이 표현된다.

$$p'(r, \theta, t) = \left(\frac{r_c}{r}\right)^{1/2} [A(\tau)\sin 2\theta + B(\tau)\cos 2\theta + C(\tau)\sin \theta + D(\tau)\cos \theta + E(\tau)] \tag{5}$$

여기에서 retarded time, $\tau = t - r/a$, a 는 음속이며, 계수 A, B는 4 중 극자, C, D는 쌍극자, 그리고 E는 4 중 극자와 홀극자의 조합에 의한 항들이다.

Fig. 4 에서는, Fig. 2(b)-(e)의 첫 번째 꽃잎 (선행 음향파, primary acoustics, [4]) 및 두 번째 꽃잎 (후행 음향파, secondary acoustics, [4]) 위에서 압력의 국부 최대점 (local maximum)인 p'_{max} 를 찾아 각각의 시간대에 대하여 그 값을 도시하였다. 여기에서 흰 원은 선행 음향파, 검은 원은 후행 음향파를 나타내는데, 이들의 궤적이 $1/r^{1/2}$ (점선)에 대체로 비례하는 것으로 보아 (5) 식의 원음장 근사는 타당한 것으로 보인다.

Fig. 5는, Fig. 2(d)에서 와동의 중심으로부터 각각 반경 88.7 mm (선행 음향파의 극대점을 지남)와 57.3 mm (후행 음향파의 극대점을 지남)인 원주를 따라 분포하는 음압을 방위각 θ 에 대해 그린 것이다. 이 그림은 실험에서와 마찬가지로 와동 주위 유동의 4 중극 형태를 확연히 보여주고 있다 [8]. 와동은 충격파와의 비선형적 간섭에 의해 정확히 대칭은 아니지만, 우선 그 기본 모양은 회전 방향으로 대칭에 가까운 모양이라고 근사적으로 가정하면, 각각의 원주 상에서 retarded time은 같다고 볼 수 있다. 따라서 Fig. 5의 데이터로부터 (5) 식의 계수 A, B, C, D, E를 정한다. 이 결과는 Table 1에 나와 있다.

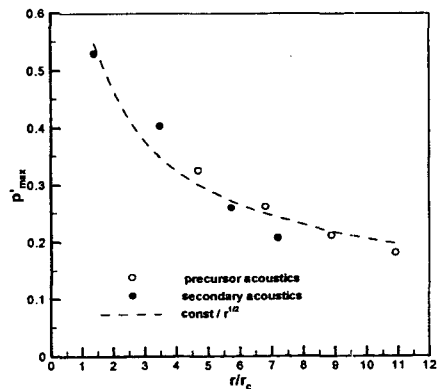


Fig. 4. Peak Pressures of Primary and Secondary Acoustic Waves.

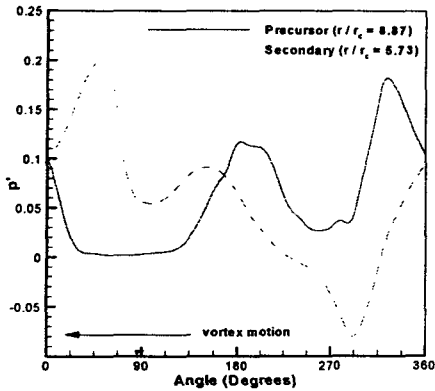


Fig. 5. Quadrupolar Structure of a Vortex.

Table 1. Acoustic Components of Fig. 5; see Eq. (5).

r/r_c	A	B	C	D	E
5.73	0.078	0.086	0.187	0.054	0.132
8.87	-0.070	0.138	-0.113	0.020	0.173

4. 결론

충격파-와동의 상호 간섭은 크게 두 가지 카테고리로 나눌 수 있다 [4]. 하나는 와동의 내부에서 일어나는 4 중 극성의 음향파이며, 또 다른 하나는 충격파로부터 발생하는 복잡한 비선형 현상들이다. 저자들은 과거 유동 실험을 통하여 이 두 현상이 동시에 서로에게 영향을 미치고 있다는 사실에 주목하고 연구를 시작하였다 [8]. 이 논문에서 제시된 개념적 모델 (conceptual model)은 위 두 현상 중 후자를 제거하여 음향학적 관점에서 4 중극을 분리해내고자 하는 노력으로부터 계획된 것이다. 초기 와동의 내부에 충격량 (impulse)으로서 충격파를 발생시키면 이에 의하여 발생하는 두 쌍의 압축파-팽창파 조합이 원음장을 향하여 전파되어 나간다. 이들은 선행 음향파와 후행 음향파이며, 개념적으로 Fig. 2(f) 와 같은 모습을 보인다. 각 음향파의 파면 (wavefront)에서는 Fig. 5 와 같은 4 중 극성을 발견할 수 있으며, 방위각에 대한 Fourier 해석을 통하여 홀극, 쌍극, 4 중극의 성분을 분리해 내었다.

참고 문헌

- [1] Weeks T.M. and Dosanjh D.S., "Sound Generation by Shock-Vortex Interaction," AIAA Journal, vol. 5, pp. 660-669, 1967.
- [2] Ribner H.S., "Cylindrical Sound Wave Generated by Shock-Vortex Interaction," AIAA Journal, vol. 23, pp. 1708-1715, 1985.
- [3] Meadows K.R., Kumar A. and Hussaini M.Y., "Computational Study on the Interaction Between a Vortex and a Shock Wave," AIAA Journal, vol. 29, pp. 174-179, 1991.
- [4] Ellzey J.L., Henneke M.R., et al., "The Interaction of a Shock with a Vortex: Shock Distortion and the Production of Acoustic Waves," Physics of Fluids, vol. 7, pp. 172-184, 1995.
- [5] Chatterjee A., "Shock Wave Deformation in Shock-Vortex Interactions," Shock Waves, vol. 9, pp. 95-105, 1999.
- [6] Chang S.M. and Chang K.S., "On the Shock-Vortex Interaction in the Schardin's Problem," Shock Waves, to appear, 2000.
- [7] Lee S. and Bershader D., "The Structure of Compressible Starting Vortices," Experiments in Fluids, vol. 16, pp. 248-254, 1994.
- [8] Chang K.S. and Chang S.M., "On the Quadrupolar Structure of Shock-Vortex Interaction," Physics of Fluids, submitted, 2000.