

## 論文

# 메타모델을 이용한 복합재료 구조물의 최적 설계

이재훈\*, 강지호\*, 홍창선\*\*, 김천곤\*\*\*

## Optimum Design of Composite Structures using Metamodels

Jae-Hun Lee\*, Ji-Ho Kang\*, Chang-Sun Hong\*\*, and Chun-Gon Kim\*\*\*

### ABSTRACT

In this research, the optimization of composite structures was performed using metamodels. The optimization of composite structures requires a lot of time when optimizing the result of the time-consuming analysis. Thus, metamodels are used to replace the time-consuming analysis with simple models. RSM, kriging and neural networks are widely used metamodels. RSM and kriging were used in this study. The ultimate failure load analysis of the composite structure was approximated by metamodels. The optimizations of the composite plate were performed to maximize ultimate failure load using genetic algorithm and metamodels.

### 초 록

본 논문에서는 메타모델을 이용한 복합재 구조물의 최적화가 수행되었다. 일반적으로 복합재 구조물에서 시간이 오래 걸리는 해석의 결과를 최적화하고자 할 때 전체 최적화에 많은 시간이 든다. 따라서 이와 같은 구조물 해석을 메타모델로 치환해 보았다. 본 연구에서는 RSM, kriging과 같은 메타모델을 사용하였다. 복합재 평판의 최종 파손 강도 해석을 메타모델을 이용해 근사화하였다. 최종 파손 강도를 최대화하는 최적화를 유전자 알고리즘과 메타모델을 이용해 수행하였다.

**Key Words:** 최적 설계(optimum design), 메타모델(Metamodel), 반응면 기법(RSM), 크리징(kriging), 유한요소법(FEM)

### 1. 서 론

복합재료의 최적 설계를 위해 근래에는 실제 생산성을 고려해 이산(discrete) 설계 변수를 다룰 수 있는 최적화 알고리즘을 선호한다. 그 대표적인 알고리즘으로는 정수계획법(integer programming)의 일종인 분기 한정법(branch-and-bound method)과 유전자 알고리즘(genetic algorithm) 등이 있다. 그리고 복합재료의 최적화에서 주로 사용되는 목적 함수로는 무게나 좌굴 하중, 최대응력 등이 있는데, 무게와 같은 목적 함수의 계산은 간단한 반면 좌굴 하중이나 최종 파손 하중(ultimate failure load)과 같은 값은 복합재료 구조

물에 대한 전체 해석이 필요해 주로 유한요소 해석으로 구하고 있다. 이와 같은 해석의 결과를 이용해 최적화를 한다면 매번 복잡한 해석을 수행해야 하고 따라서 최적화에 많은 시간이 걸리게 된다. 따라서 계산 시간을 많이 소모하는 해석 과정을 메타모델(metamodel)이라고 하는 것으로 대체하면 목적 함수 값의 계산에 쓰이는 시간을 단축하여 좀 더 빨리 최적해를 찾을 수 있도록 도와 줄 수 있다 [1,2]. 공학적 용도를 위해 주로 사용되는 메타모델로는 물리 실험을 관찰하여 추출된 데이터에 다중회귀를 적용해 경험적 모델을 구성하는 RSM(Response Surface Method), 광산 및 지질통계학(geostatistics)으로부터 유래하며 공간적,

\* 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공 대학원

\*\* 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공

\*\*\* 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공, 교신저자(E-mail:cgkim@kaist.ac.kr)

시간적으로 연관된 데이터를 다루는 kriging, 학습이론에 근거하여 함수 근사에 많이 사용되어왔던 신경망(neural networks) 등이 있다.

RSM은 1950년대에 Box와 Wilson에 의해 개발되었다[3]. 이 기법은, 모델을 구성하기 위해 필요한 데이터 집합의 합리적인 선택 방법인 실험계획법(design of experiment, DOE)과, 선형 회귀 분석과 같은 통계학적 기법을 결합하여, 실제의 물리적 실험에 기반한 모델의 구성 및 최적화에 사용되어왔다. RSM이 복합재에 사용된 예들을 살펴보면 Brown[4]은 복합재료 콘 형상의 셸 구조물의 최적 설계에서 길이방향, 횡 방향, 전단 방향에 대한 안전계수와 적층각 사이의 함수 관계를 표현하기 위해 RSM을 사용하였다. 그러나 구성된 일부 모델들 중에서 낮은 정확도를 보이는 경우도 있었는데, 이는 설계 공간의 비선형성에 기인한다고 보고있다. Abu-Odeh[5]는 복합재 평판의 최적 설계에 RSM을 사용하였는데, 유리다항식을 이용하였기 때문에 비선형 회귀 분석을 수행하였다. 모델을 구성하는데 필요한 점들을 선택하는 방법인 실험계획법을 사용하여 모델을 구성하는데 최소로 필요한 점들을 추출하였다. 또 수직변위와 굽힘 모멘트를 강성 행렬의 요소들의 함수로 설정해 모델의 정확도를 높였다. Terada[6]는 D-optimal 방법으로 구성된 실험점을 이용해 lamination parameter를 인수(factor)로 하는 반응면(response surface)을 만든 후, 이 반응면에서 최적의 lamination parameter를 계산해 이 lamination parameter에 부합하는 적층각의 조합을 역으로 계산하였다. Mason[7]은 복합재 동체 프레임의 최적 설계 하였는데, 2D FEM 해석의 결과인 파손지수(failure index)를 근사화 하기 위해 RSM을 사용하였다. 여기서는 variable-complexity를 이용해 RSM에서 불필요한 항을 제거하였고, 최적해에서 RSM을 통해 예측된 파손지수(failure index)는 유한요소 해석과 잘 일치하였다. Liu[8]는 항공기 날개의 비보강 복합재 패널의 최적 설계에 RSM을 사용했는데, 좌굴 하중을 0, 45, 90의 이산적인 적층각들의 층수들과 면내 하중의 함수로 보고 이들 관계를 RSM으로 근사화하였다. 특히 종래에 RSM에서 많이 사용되는 2차 다항식이 아닌 3차 다항식을 사용하였다. Venkataraman[9]은 복합재 링 보강 실린더를 최적 설계하였는데, 계산의 부하가 적지만 다소 부정확한 복합재 패널 해석 및 설계 프로그램인 PANDA2로부터 구한 좌굴 하중을 RSM으로 근사화한 후, 보다 계산 부하가 많고 정확한 프로그램인 STAGS를 이용해 수정하였다. RSM의 차수를 단순히 높이기 보다는 이와 같이 이중으로 계산함으로써 모델의 정확도를 높일 수 있음을 보여주고 있다. Sacks, Welch[10,11,12]등은 지질통계학에서 사용되던 kriging을 컴퓨터 실험에 적합하도록 수정하여 이 분야의 선구적인 역할을 하였다. 실험계획법이 유래하게 된 농업이나 생물학에서의 물리적 실험은 랜덤 에러에 의해 동일한 입력에 대해서도 결과값이 달라지므로 RSM과

같이 오차를 제거해 주는 간단한 메타모델로 충분하다. 그러나 컴퓨터를 이용한 실험은 같은 입력에 대해 항상 같은 출력 값을 준다. 따라서 Sacks등은 지질통계학에서 사용되던 kriging을 도입하여 컴퓨터 프로그램의 출력 값을 근사화하는 이론적 근거를 제시하였다. 그에 따르면 지질통계학에서의 kriging이 variogram을 사용해 국부적인 변동을 표시했으나[13] Sacks는 이를 공분산 함수(covariance function)로 표시하였다. Kriging의 적용은 RSM만큼 활발하진 않다. Simpson[14]은 kriging과 RSM을 이용해 노즐의 설계를 최적화해 두 메타모델의 성능을 비교하였다. 최적화에서의 계산량은 kriging이 더 많은 편이지만 모델의 정확성 측면에서는 두 방법이 서로 비슷해서 두 방법 모두 일치하는 최적해를 주었다. 그리고 최적해는 예측치와 5% 이내의 오차를 보여, 두 방법 모두 노즐의 최적 설계에 적합함을 알 수 있다.

본 연구의 목적은 계산 시간이 많이 걸리는 복잡한 프로그램을 단순한 모델로 치환하여 이를 복합재료 최적 설계에 응용할 수 있는 가능성을 알아보는 것이다. 메타모델 중에서 널리 쓰이고 있는 RSM과 kriging을 선택했다. 실제 복합재 구조물에의 응용을 살펴보기 위해 복합재 평판의 최종 파손 하중을 계산하는 유한요소 해석을 메타모델로 치환하여 최종 파손 하중을 최대화하는 최적 설계를 수행하고자 한다.

## 2. 메타모델

### 2.1 메타모델의 사용법

일반적으로 메타모델을 구성하기 위해서는 설계 공간을 대표할 수 있는 적절한 점들을 추출해야 하는데, 이들을 표본(sample)이라고 한다. 표본의 추출 방법을 체계화한 것이 소위 실험계획법으로서 D-optimal, latin hypercube 등의 다양한 방법들이 존재한다[15]. 이렇게 선택된 점들을 이용하여 각 메타모델에 필요한 인자(parameter)들을 계산해야 한다. 이로서 메타모델의 구성은 끝나며 원하는 점에 대한 함수의 근사값을 메타모델로 구할 수 있게 된다.

### 2.2 Response Surface Method

RSM에서는 근사화 하려는 값들을 반응(response)이라 부르고, 모델에 입력되는 변수를 인수(factor)라고 부른다. 이들은, 각각 수학적 용어로는 종속변수와 독립변수에 대응된다.

RSM은 설계 공간을 간단한 다항식의 조합으로 근사화하는 방법으로, 저차의 다항식을 주로 사용한다.

$$y(x) = f(x) + \epsilon \tag{1}$$

식 (1)에서  $\varepsilon$ 은 랜덤 에러(random error)로서 평균이 0, 분산이  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따른다고 가정한다.

식 (1)의  $f(x)$ 를 구하기 위해서는 다중 선형 회귀(multiple linear regression)를 사용하고, 이는 식 (2)와 같은 선형적인 식을 데이터에 맞도록 하는 것(fitting)을 일컫는다.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_j x_j + \varepsilon \tag{2}$$

여기에서  $\beta_j$ 는 회귀 분석을 통해 계산되는 계수들을 말한다. 일반적으로, RSM에서 많이 사용되는 다항식은 2차 다항식으로 식 (3)과 같다.

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j>i}^k \beta_{ij} x_i x_j \tag{3}$$

본 연구에서는 식 (3)과 같은 2차의 다항식으로 RSM을 구성하였다. 이 때 미지수인 계수들은 최소자승법(least square method)을 통해 계산되며 식 (4)와 같다.

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T y \tag{4}$$

이는 수학적으로 불편 추정량(unbiased estimator)임이 증명되어 있다[16]. 통계학적으로 불편 추정량은 오차의 기대치가 0이라고 정의되는 추정량을 말한다. 식 (4)에서  $X$ 는 설계행렬(design matrix)이라고 불리고 첫번째 열 벡터의 요소는 모두 1이며, 각 행 벡터는 한 점에서의 factor들로 구성되어 있다.

**2.3 Kriging**

Kriging 모델은 다음과 같은 형태를 가지고 있다.

$$y(x) = f(x) + Z(x) \tag{5}$$

$y(x)$ 는 미지의 함수로 근사화 하려는 대상이고,  $f(x)$ 는 다항식 꼴의 함수이며,  $Z(x)$ 는 Gauss random process를 통해 계산되는 값을 말한다. 종종  $f(x)$ 는 함수공간의 전체적인 형상을 나타내고  $Z(x)$ 는 국부적이고 세부적인 형상을 나타낸다고 말해진다[1].  $Z(x)$ 는 평균이 0이고, 식 (6)과 같은 공분산(covariance)을 가지는 것으로 가정한다.

$$Cov(Z(x^i), Z(x^j)) = \sigma^2 R[R(x^i, x^j)] \tag{6}$$

$\sigma^2$ 는 random process의 분산을 의미하고,  $x^i, x^j$ 는 표본에서의  $i$ 번째,  $j$ 번째 설계 변수 벡터를 의미하고,  $R(x^i, x^j)$ 는

와  $x^j$  사이의 상관성(correlation)을 계산하는 상관함수(correlation function)를 말한다.  $R$ 은 상관행렬(correlation matrix)로서 상관함수 값  $R(x^i, x^j)$ 를  $i$ 행,  $j$ 열의 성분으로 가진다. 따라서  $n_s$ 개의 표본이 있다면  $R$ 은  $n_s$ 차의 정방행렬이 된다.

설계 변수의 개수가  $n_s$ 이고 표본의 개수가  $n_s$ 일 때, kriging에서 주로 사용하는 상관함수는 식 (7)과 같다.

$$R(x^i, x^j) = \exp\left[-\sum_{k=1}^n \theta_k |x_k^i - x_k^j|^p\right] \tag{7}$$

식 (7)에서  $\theta_k$ 는 설계 변수들 사이의 상관 정도를 지시하는 인자로서 이 값이 클수록 설계 변수들 간의 상관성이 크다.  $x_k^i$ 는  $n_s$ 개의 표본 중  $i$ 번째 점에서의  $k$ 번째 설계 변수를 의미한다.  $p=1$ 인 경우에는 반응면이 매끄럽지 않은 것으로 알려져 있고,  $p=2$ 인 경우에는 가우스 상관함수(Gaussian correlation function)이라고도 불리며 변수들간의 관계가 해석적(analytic)이고 반응면이 매끄러운 것으로 알려져 있다[10]. 이 외에도 cubic correlation function, Matern's 3/2 correlation function, Matern's 5/2 correlation function 등의 상관함수가 있으며 문제에 적합한 상관함수를 선택할 수 있다[17,18]. 이들 상관함수는 식 (8)~(10)과 같다.

$$R(x^i, x^j) = \prod_{k=1}^n R(d_k), \quad d_k = (x_k^i - x_k^j) \tag{8}$$

$$R(d_k) = 1 - 6\left(\frac{d_k}{\theta_k}\right)^2 + 6\left(\frac{|d_k|}{\theta_k}\right)^3, \quad |d_k| < \frac{\theta_k}{2}$$

$$= 2\left(1 - \frac{|d_k|}{\theta_k}\right)^3, \quad \frac{\theta_k}{2} \leq |d_k| < \theta_k$$

$$= 0, \quad |d_k| \geq \theta_k$$

$$R(x^i, x^j) = \prod_{k=1}^n \left(1 + \theta_k |x_k^i - x_k^j|\right) \exp\left(-\theta_k |x_k^i - x_k^j|\right) \tag{9}$$

$$R(x^i, x^j) = \prod_{k=1}^n \left(1 + \theta_k |x_k^i - x_k^j| + \frac{1}{3} \theta_k^2 |x_k^i - x_k^j|^2\right) \exp\left(-\theta_k |x_k^i - x_k^j|\right) \tag{10}$$

Kriging을 통해 계산되는 함수값의 추정량은 식 (11)과 같이 표현된다.

$$\hat{y} = \hat{\beta} + r^T(x) R^{-1}(y - f\hat{\beta}) \tag{11}$$

$$r^T(x) = [R(x, x^1), R(x, x^2), \dots, R(x, x^n)]^T \quad (12)$$

$$\hat{\beta} = (f^T R^{-1} f)^{-1} f^T R^{-1} y \quad (13)$$

$r$  은  $n_s$ 의 길이를 가지는 벡터로, 메타모델을 이용해 예측하려는 점과 표본간의 상관벡터(correlation vector)를 의미한다. 식 (12)와 같이 구해진다.  $R$ 은 상관함수로부터 계산되는 상관행렬을 의미한다.  $f$ 는 길이가  $n_s$ 이고 모든 요소가 1인 벡터를 의미하고,  $y$ 는 표본에서의 반응들로 이루어진 길이가  $n_s$ 인 벡터이다. 따라서 벡터와 행렬의 곱에 의해 식 (11)의 두 번째 항은 상수가 되어 미지점  $x$ 에서의 예측이 이루어진다. 식 (11), (12)에 표본 내의  $k$ 번째 점을 대입하면 행렬식의 정의에 의해  $r^T(x)R$  은  $k$ 번째에서는 1이고 나머지 위치에선 0인  $[0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]$  꼴의 벡터가 되고 따라서 표본에서와 동일한 반응을 주게 된다. 즉 kriging 모델은 표본의 모든 점을 지나는 반응면을 구성하고 미지점에서의 예측은 이들 반응면에 대한 보간(interpolation)에 의해 이루어진다고 볼 수 있다.  $\hat{\beta}$ 는 식 (5)의  $f(x)$ 에 해당되며 상수값으로 식 (13)과 같이 추정된다. 또한 분산의 추정치는 식 (14)와 같다.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(y - f\hat{\beta})^T R^{-1} (y - f\hat{\beta})}{n_s} \quad (14)$$

가장 우수한 성능의 kriging을 구성하기 위해서는 식 (7)에서 사용되는 가우스 상관함수의  $\theta$ 를 최적화해야 하는데 이를 식 (15)를 최소화함으로써 얻을 수 있다.

$$\frac{n_s \ln \hat{\sigma}^2 + \ln |R|}{2} \quad (15)$$

본 연구에서는 최적의 kriging 모델을 구성하기 위해 simulated annealing을 이용해 식 (15)를 최소화하는  $\theta$ 를 구하였다[19].

### 2.4. 실험계획법

본 연구에서는 메타모델의 인자들을 결정하기 위해 필요한 실험점을 무작위로 추출할 수도 있지만 이럴 경우 실험점이 편중될 수 있으므로 전체 설계 공간에 퍼지도록 할 필요가 있다. 이와 같은 목적을 위해 kriging에서의 상관행렬의 행렬식 값을 최대로 하는 실험계획법을 채용했으며, 이를 예측하려는 미지점에서의 반응들의 편차를 최소화하는 효과가 있는 것으로 알려져 있다[17]. 최적화 방법으로는 simulated annealing을 사용했으며,  $\theta$ 는 모두 0.001로 설정하였다.

아래 Fig. 1과 Fig. 2에는, 실험계획법의 효과를 알아보기 위해 무작위로 실험점을 선택한 경우와 실험계획법을 사용해 선택한 경우를 비교해 보았다. 변수가 2개인 경우 가우스 상관함수를 사용해 20개의 설계점을 추출했으며, Fig. 1은 무작위로 실험점을 추출한 경우인데 점들이 일부 지역에 집중되는 경향을 보인다. Fig. 2는 실험계획법에 근거해 추출한 경우로 전체 설계영역에 점들이 분포되는 것을 확인할 수 있다.

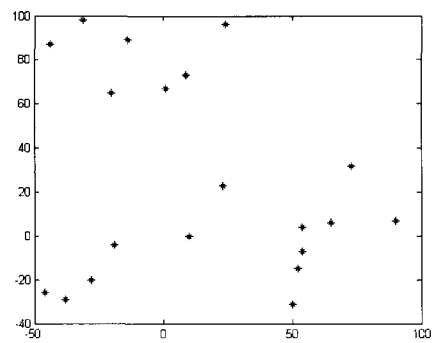


Fig. 1 Sample points extracted randomly.

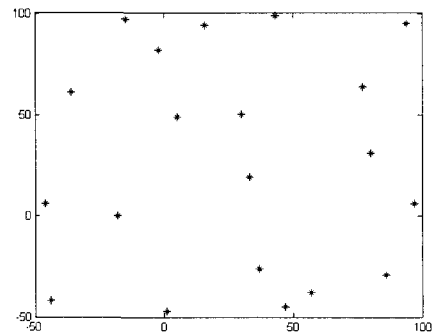


Fig. 2 Sample points extracted by DOE.

## 3. 테스트 함수에의 적용

### 3.1 테스트 함수

메타모델들이 복잡한 함수 공간을 얼마나 잘 표현할 수 있는 지 알아보기 위해 5개의 테스트 함수를 선정하여 이들의 함수 공간을 메타모델로 근사화해보았다. 각 테스트 함수에 대한 메타모델을 구성하기 위해 100개의 표본을 무작위로 선택했으며, 구성된 모델의 정확성을 검증하기 위해 다시 100개의 점을 무작위로 선택해 근사화된 함수값

인  $\hat{y}$  와 실제 함수값인  $y$ 의 오차, 오차(%) 등을 계산하여 성능을 비교한다. 선정된 테스트 함수와 변수들의 영역은 다음과 같다.

$$1 \quad y = 100(x_2 - x_1)^2 + (1 - x_1)^2$$

$$-2 \leq x_i \leq 2$$

$$2 \quad y = (x_1 + 10x_2)^2 + 5(x_3 - x_4)^2 + (x_2 - 2x_3)^4 + 10(x_1 - x_4)^4$$

$$-3 \leq x_i \leq 3$$

$$3 \quad y = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2$$

$$-10 \leq x_i \leq 10$$

$$4 \quad y = (x_2 - \frac{5.1x_1^2}{4\pi^2} + \frac{5x_1}{\pi} - 6)^2 + 10(1 - \frac{1}{8\pi})\cos x_1 + 10$$

$$0 \leq x_2 \leq 15, \quad -5 \leq x_1 \leq 15$$

$$5 \quad y = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3\cos(3\pi x_1) - 0.4\cos(4\pi x_2) + 0.7$$

$$-50 \leq x_i \leq 50$$

3.2 근사화 결과 및 고찰

Table 1, Fig. 3, 4에는 평균 오차, 평균 오차(%) 등을 계산하여 RSM과 kriging을 통해 계산한 결과를 비교하였다.

Table 1을 살펴보면 RSM은 5번 함수에서만 정확하고 나머지 함수들에서는 정확도가 떨어지며, kriging은 2번 함수에서 오차(%)가 다소 크지만 나머지 함수들에서는 작아 만족할 만한 정확도를 보임을 알 수 있다. 이와 같은 RSM의 부정확성은, 데이터에 오차가 내재되어 있다고 보고 이를 최소화하는 방향으로 모델을 구성하기 때문으로, 설계 공간의 비선형성이 크거나 컴퓨터 실험과 같이 오차가 0인 경우에는 부적합하다고 알려져 있다.

Table 1 Error and error(%) of metamodels for the test functions

Test function no.	Error		Error(%)	
	RSM	Kriging	RSM	Kriging
1	238.1	1.2	991.9	2.3
2	579.6	126.0	128.1	14.0
3	1093.6	12.6	387.0	1.2
4	22.1	0.5	158.5	0.4
5	0.3	1427.0	0.0	2.2

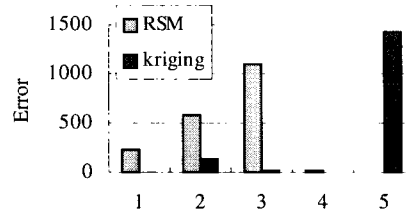


Fig. 3 Error of metamodels for the test functions.

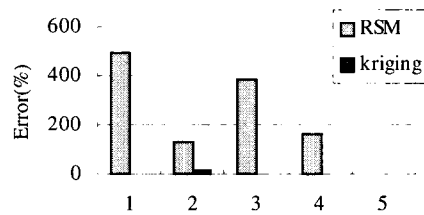


Fig. 4 Error(%) of metamodels for the test functions.

4. 최종 파손 강도를 최대화 하는 복합재 평판의 최적 설계

4.1 복합재 평판의 비선형 좌굴 및 좌굴 후 해석

비선형 유한요소 해석은 구조물의 위치와 형상이 외부 하중에 따라 연속적으로 변화할 때 이러한 변형의 평형 경로를 추적하기 위해서 외부하중을 여러 개의 작은 하중 단계로 나누어 단계마다 반복계산을 수행하는 증분 이론을 사용하게 된다[20]. 이와 같은 비선형 유한요소 해석을 통해 복합재 평판의 최종 파손까지의 하중을 계산하는 데, 파손 강도에 이르기 전에 부분 파손이 발생할 수 있으므로 점진적인 파손해석을 적용한다[21]. 이 때 반복계산으로 인해 구조물의 형상이 복잡하거나 노드의 개수가 많으면 계산시간도 또한 커져서 이와 같은 해석을 최적화에 사용하기엔 곤란하다. 따라서 복합재 비선형 유한요소 해석 과정을 메타모델로 치환하여, 메타모델로부터 구해지는 최종 파손 강도를 최대화하는 최적화를 수행해 보고자 한다.

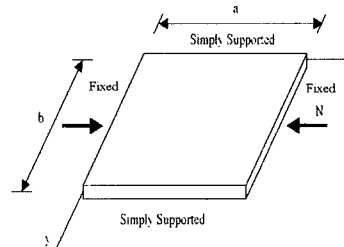


Fig. 5 Geometry of composite plate.

사용된 구조물의 형상은 Fig. 5와 같으며, 경계조건은 압축 하중이 작용하는 좌우면은 고정되었으며, 상하면은 단순지지되었다. 사용된 복합재의 물성치는 HFG CU-125NS graphite/epoxy로 설정하였다. 평판의 크기는 a=0.1 m, b=0.1 m로 설정하였다.

4.2 Lamination parameter의 적용

복합재 구조물의 유한요소 해석에는 적층의 강성 행렬이 사용되는데, 이 강성 행렬들은 8개의 lamination parameter들의 1차 결합으로 표현될 수 있다. 이를 자세히 살펴보면 우선 복합재의 invariant는 식 (16)으로 정의된다.

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/8 & 1/4 & 3/8 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & -1/2 & 0 \\ 1/8 & -1/4 & 1/8 & -1/2 \\ 1/8 & 3/4 & 1/8 & -1/2 \\ 1/8 & -1/4 & 1/8 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{12} \\ Q_{22} \\ Q_{66} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

식 (16)에서 Q는 단층(lamina)의 강성 행렬을 의미한다. lamination parameter는 식 (17), (18)과 같이 정의된다.

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 2\theta \\ \sin 4\theta \end{Bmatrix} dz \quad (17)$$

$$\begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 2\theta \\ \sin 4\theta \end{Bmatrix} z^2 dz \quad (18)$$

식 (17), (18)을 살펴 보면 오직 적층각과 두께방향의 형상만의 함수로 간단하게 계산될 수 있음을 알 수 있다. invariant와 lamination parameter를 이용하면 복합재 적층의 강성 행렬은 식 (19), (20)과 같이 표현될 수 있다[22].

$$\begin{Bmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{22} \\ A_{16} \\ A_{26} \\ A_{66} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & V_1 & V_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -V_2 & 1 & 0 \\ 1 & -V_1 & V_2 & 0 & 0 \\ 0 & V_3/2 & V_4 & 0 & 0 \\ 0 & V_3/2 & -V_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -V_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{Bmatrix} D_{11} \\ D_{12} \\ D_{22} \\ D_{16} \\ D_{26} \\ D_{66} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & W_1 & W_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -W_2 & 1 & 0 \\ 1 & -W_1 & W_2 & 0 & 0 \\ 0 & W_3/2 & W_4 & 0 & 0 \\ 0 & W_3/2 & -W_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -W_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

따라서 설계 변수로 적층각보다는 lamination parameter를 사용하면 적층각을 사용할 때보다 설계 공간의 기하학적 비선형성(nonlinearity)이 줄어들 것으로 예상된다. 유전자 알고리즘 내에서 각 개체의 유전 정보를 통해 정해지는 적층각을, 식 (19)와 (20)을 이용해 lamination parameter로 변환해 메타모델에서 사용하였다.

4.3 유전자 알고리즘을 이용한 최적 설계 결과 및 고찰

최적화는 Fig. 5와 같은 형상의 평판의 좌굴 후 강도를 최대화하는 적층각들의 조합을 구하는 것이다. 최적화 방법은 유전자 알고리즘을 사용한다. Goldberg는 단순 유전 알고리즘(Simple Genetic Algorithm)을 제시하였으며, 이것은 크게 초기 개체의 생성, 적합도 평가, 선택, 교배, 돌연변이의 과정으로 이루어진다. 유전자 알고리즘에서 사용된 인자들은 Table 3과 같다.

Table 3 Parameters of genetic algorithm

Parameter	Value
Population size	100
Probability of crossover	0.5
Probability of mutation	0.01
Convergence limit	
no. of successive same best designs	10
error of the average value	0.1 %
Selection parameter	
tourney size	7
Max generation	50
Ply angle	0°, 45°, -45°, 90°

Table 3에서 convergence limit은 최적화를 종결하기 위해 사용되는 조건들을 말하고 같은 최상의 적응도가 10번 이상 반복되거나 개체들의 적응도의 오차가 0.1 % 미만일 때 두 가지로 설정하였다. 사용되는 설계 변수인 적층각은 이산적인 값을 가지며, 가능한 적층각은 0°, 45°, -45°, 90° 등으로 제한하였다. 설계 변수는 lamination parameter로 설정하였다. 표본점들을 구하기 위해서 2.4절에서 설명한 실험 설계를 적용했으며 100개의 표본점들을 구성하였다. 최적 설계 결과는 Table 4, 5, 6에 나타내었다.

Table 5, 6을 살펴보면, 8장 적층의 경우에는 kriging은 최적의 적층각 순서를 찾았지만 RSM으로는 찾을 수 없었다. 또 10장의 경우에는 두 메타모델 모두 최적의 적층각 순서를 찾을 수 없었다. 그러나 RSM과 kriging 모두 계산된 적층각의 조합이 FEM의 결과와 유사하다. 그리고 최대 파손 하중에 대한 오차는 두 메타모델 모두 8장 적층의 경

Table 4 Optimization results with FEM

Ply no.	Layup	Load(kN)
8	[0 <sub>2</sub> /90]s	25.7
10	[0 <sub>2</sub> /90/0 <sub>2</sub> /90]s	34.9

Table 5 Optimization results with metamodels

Ply no.	Layup		Load(kN)	
	RSM	Kriging	RSM	Kriging
8	[0 <sub>2</sub> /90 <sub>2</sub> ]s	[0 <sub>2</sub> /90]s	21.6	22.0
10	[0 <sub>2</sub> /90 <sub>2</sub> ]s	[0 <sub>2</sub> /-45/90/0]s	35.0	34.1

Table 6 Error and error(%) of optimization results with metamodels

Ply no.	Error(kN)		Error(%)	
	RSM	Kriging	RSM	Kriging
8	4.0	3.7	15.8	14.3
10	0.1	0.8	0.3	2.4

우에는 15.8 %, 14.3 % 정도로 크게 나왔지만, 10장의 경우에는 0.3 %, 2.4 % 정도로 작게 나왔다. 계산결과는 다소 오차가 있지만 FEM과 유전자 알고리즘을 사용할 경우 보통 1000개 정도의 설계점에 대한 계산을 필요로 한다. 메타모델에서는 100개의 표본점에 대한 계산을 수행하므로 계산량이 현저하게 줄어들어 전체 최적 설계 시간이 감소하는 점을 감안할 때, 메타모델을 이용해 최적해에 대한 효율적인 설계 공간의 탐색이 가능함을 알 수 있다.

## 결론

지금까지 연구를 통해 메타모델을 복합재 구조물의 최적 설계에 적용해 메타모델의 실용성과 적합성을 조사해 보았다.

설계공간을 대표하는 표본점을 추출하기 위해 실험설계를 적용했으며, 계산 시간이 오래 걸리는 복합재 평판의 비선형 유한요소 해석을 RSM, kriging과 같은 메타모델로 근사화하여, 유전자 알고리즘과 메타모델을 이용해 복합재 평판의 최종 파손 하중을 최대로 하는 최적 설계를 수행하였다. 최적 설계를 수행한 결과 일부 경우에는 최적해를 찾기는 힘들었다. 메타모델을 이용 시에 계산량이 줄어들어, 메타모델을 통해 최적해의 위치에 대한 빠른 설계 공간의 탐색이 가능함을 확인할 수 있었다. RSM과 kriging은 서로 비슷한 정확도를 보였으며, 복합재 구조물의 최적 설계에 적용 가능할 것으로 생각된다.

메타모델의 최적화 결과의 신뢰성을 높이기 위해서는 초기에 계산된 해 주위에서 국부 탐색을 하는 등의 추가적인 기법에 대한 연구가 필요할 것으로 생각된다.

## 참고문헌

- 1) R. R. Barton, "Metamodeling: A State of the Art Review", *Proceedings of the 1994 Winter Simulation Conference*, 1994, pp. 237-244.
- 2) T. W. Simpson, J. D. Peplinski, P. N. Koch, J. K. Allen, "Metamodels for Computer-based Engineering Design: Survey and recommendations," *Engineering with Computers*, Vol. 17, 2001, pp. 129-150.
- 3) G. E. Box, K. B. Wilson, "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 13, 1951, pp. 1-45.
- 4) R. T. Brown, J. A. Nachlas, "Structural Optimization of Laminated Conical Shells," *AIAA Journal*, Vol. 23, No. 5, 1985, pp. 781-787.
- 5) A. Y. Abu-Odeh, H. L. Jones, "Optimum Design of Composite Plates Using Response Surface Method," *Composite Structures*, Vol. 43, 1998, pp. 233-242.
- 6) Y. Terada, A. Todoroki, Y. Shimamura, "Stacking Sequence Optimizations Using Fractal Branch and Bound Method for Laminated Composites," *JSME International Journal Series A*, Vol. 44, No. 4, 2001, pp. 490-498.
- 7) B. H. Mason, R. T. Haftka, E. R. Johnson, G. L. Fareley, "Variable Complexity Design of Composite Fuselage Frames by Response Surface Techniques," *Thin-Walled Structures*, Vol. 32, 1998, pp. 235-261.
- 8) B. Liu, R. T. Haftka, M. A. Akgun, "Two-level Composite Wing Structural Optimization Using Response Surfaces," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 20, 2000, pp. 87-96.
- 9) S. Venkataraman, R. T. Haftka, T. F. Johnson, "Design of Shell Structures for Buckling Using Correction Response Surface," *Proceedings of 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, 1998, AIAA paper 98-4855.
- 10) J. Sacks, W. J. Welch, T. J. Mitchell, H. P. Wynn, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, 1989, pp. 409-435.
- 11) J. Sacks, S. B. Schiller, W. J. Welch, "Designs for Computer Experiments," *Technometrics*, Vol. 31, No. 1, 1989, pp. 41-47.

- 12) W. J. Welch, R. J. Buck, J. Sacks, H. P. Wynn, T. J. Mitchell, M. D. Morris, "Screening, Predicting, and Computer Experiments," *Technometrics*, Vol. 34, No. 1, 1992, pp. 15-25.
- 13) N. A. C. Cressie, *Statistics for Spatial Data*, New York, John Wiley & Sons, 1993.
- 14) T. W. Simpson, T. M. Mauery, J. J. Korte, F. Mistree, "Kriging Models for Global Approximations in Simulation-Based Multidisciplinary Design Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 12, 2001, pp. 2233-2241.
- 15) D. C. Montgomery, *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley & Sons, 1997.
- 16) R. H. Myers, D. C. Montgomery, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, New York, John Wiley & Sons, 1995.
- 17) C. Currin, T. Mitchell, M. Morris, D. Ylvisaker, "Bayesian Prediction of Deterministic Functions, With Application to the Design and Analysis of Computer Experiments," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 86, No. 416, 1991, pp. 953-963.
- 18) I. G. Osio, C. H. Amon, "An Engineering Design Methodology with Multistage Bayesian Surrogates and Optimal Sampling," *Research in Engineering Design*, Vol. 8, 1996, pp. 189-206.
- 19) A. Corana, M. Marchesi, C. Martini, S. Ridella, "Minimizing multimodal functions of continuous variables with the "simulated annealing" algorithm," *ACM Transactions on Mathematical Software*, Vol. 13, No. 3, 1987, pp. 262-280.
- 20) I. C. Lee, C. G. Kim, and C. S. Hong, "Buckling and Postbuckling Behavior of Stiffened Composite Panels Loaded in Compression," *AIAA Journal (TN)*, Vol. 35, No. 1, 1997., pp. 202-204.
- 21) Y. D. Doh, and C. S. Hong, "Progressive Failure Analysis for Filament Wound Pressure Vessel," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. Vol. 14, No. 12, 1995, pp. 1278-1306.
- 22) S. W. Tsai, *Introduction to Composite Materials*, Technomic pub., 1980.