

논문

유전 알고리즘을 이용한 공력 형상 최적화 연구

김 수 환¹, 권 장 혁²Study of Aerodynamic Design Optimization
Using Genetic Algorithm

S. W. Kim and J. H. Kwon

Genetic Algorithm(GA) is applied to aerodynamic shape optimization and demonstrated its merits in global searching ability and the independency of differentiability. However, applications of GA are limited due to slow convergence rate, premature termination, and high computing costs. The present aerodynamic designs such as wing shape optimizations using GA have seldom been applied because of high computing costs. This paper has two objects; improvement of the efficiency of GA and application of GA into aerodynamic shape optimization for 2D and 3D wings. The study indicates that GA can be applied to aerodynamic design and its performance is comparable to traditional design methods.

Key Words: 유전 알고리즘(GA), 공력 최적 설계(Aerodynamic Design Optimization), 최적 설계(Aerodynamic Optimization), 형상 최적화(Shape Optimization)

1. 서 론

유전 알고리즘(Genetic Algorithm : GA)은 자연의 진화 과정을 수치적으로 모사하여 최적의 개체를 얻는 것을 목적으로 하는 최적화 알고리즘이다. 기존의 미분 기반 최적화 알고리즘에 비해 다양한 문제로의 응용 가능성, 전역 탐색, 미분 정보의 불필요 등과 같은 장점을 가지고 있지만 최적의 해를 얻기 위해 많은 필요 계산량과 최적점 부근에서의 수렴성 저하, 조기 수렴(premature termination) 등의 해의 불안정성 문제를 안고 있다. 이러한 문제점은 유전 알고리즘의 적용 범위를 축소시켜, 복잡한 분야로의 응용에 걸림돌이 되었다. 항공 분야, 특히 공력 최적

화 분야는 비교적 오랜 계산 시간이 걸리는 유동 해석 때문에 유전 알고리즘의 적용이 거의 수행되지 못한 분야의 하나이다. 본 연구에서는 기존에 거의 수행되지 못했던 유전 알고리즘을 이용한 공력 형상 최적화를 수행하고자 한다. 이를 위해 우선 기존의 유전 알고리즘이 가진 수렴성 및 해의 안정성 등의 문제점을 해결하여 반복 계산 률을 감소시켜 주어진 시간 이내에 정확한 해의 탐색을 수행하도록 하였다. 또, 병렬 처리 기법을 도입하여 전체 계산 시간의 감소시켰다. 위와 같은 유전 알고리즘을 이용하여 기존에 주로 이루어지던 2차원 비점성 공력 최적 설계의 범위를 벗어나 2차원 점성 및 3차원 비점성 유동 방정식을 이용한 최적 설계를 수행하였다. 이러한 최적 설계를 통해 유전 알고리즘의 응용 가능 범위를 보다 확대하여 향후 3차원 점성 최적 설계를 위한 기초 연구를 수행하고자 하였다.

* 2001년 6월 15일 접수

¹ 학생회원, 한국과학기술원 항공우주공학과² 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

2. 유전 알고리즘

2.1 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 생물학적 진화론에 기반을 둔 최적화 알고리즘으로 크게 초기 개체 생성, 적합도 계산, 선택(selection), 교배(crossover), 돌연변이(mutation)의 5 단계로 이루어진다[1]. 간단한 알고리즘 구조와 다양한 분야로의 응용 가능성 그리고 전역 최적점을 찾을 수 있다는 장점으로 중요한 최적화 기법의 하나로 자리 매김하고 있지만, 많은 반복 계산, 느린 수렴성, 초기 수렴 등과 같은 문제점들로 인해 유전 알고리즘의 응용의 한계를 갖게 한다. 이 때문에 본 연구에서는 기존에 널리 알려진 유전 알고리즘을 사용하지 않고 위에 제시한 다양한 문제점들을 최대한 해결한 새로운 유전 알고리즘을 구현하였으며, 자세한 내용은 다음과 같다[2].

- 유전자의 표현은 기존의 이진 유전자 대신 실수 유전자를 사용함으로써 해 공간의 정확도 및 그 크기에 따른 수렴 특성의 저하를 억제하였으며, 연속적인 공간에서의 연속적인 탐색을 가능하게 하였다[2]. 이진 유전자는 이진수를 유전 코드로서 이용하는 방법으로 유전자의 표현 및 조합이 자유로운 반면, 해의 정확도 및 탐색 공간의 확대를 위해 유전 코드의 크기를 증가시키면 전체 탐색 공간의 확대로 이어져 급격한 수렴성 저하를 가져오는 문제점을 안고 있다. 이에 비해 실수 유전자는 해의 정확도 및 탐색 공간의 증가에 따른 큰 수렴성 저하는 없지만 교배 및 돌연변이 등의 유전자 조합이 어려운 단점을 안고 있다.
- 실수 유전 알고리즘에 적합한 선택, 교배, 돌연변이 등의 방법을 결정하기 위해 기존에 알려진 다양한 방법들과의 비교, 분석을 통해 수렴성, 초기 수렴 등의 측면을 고려한 가장 우수한 성능의 방법을 선택하였다[2-4].

- 유전 알고리즘의 수렴특성을 개선하기 위해 국부 탐색법(local search), 가변 돌연변이 확률, 시뮬레이터드 어닐링 등의 기법을 유전 알고리즘에 적용하여 복합 유전 알고리즘(hybrid GA)을 구현하였다[2]. 국부 탐색법은 특정 유전자에 대해 정해진 범위 이내의 임의 탐색을 통해 더 나은 개체가 존재할 경우 이 개체로 대체하는 방법

이며, 가변 돌연변이 확률은 유전 알고리즘의 진행 도중 고정된 돌연변이 비율을 사용하는 것이 아니라 수렴 정도에 따라 변화하는 돌연변이 비율을 사용하는 것이다. 마지막으로 시뮬레이티드 어닐링 기법은 우수 유전자의 유지를 위한 방법으로 일반적으로는 한 세대 후 새로운 유전자들로 전부 교체하지만 이 기법을 통해 우수 유전자를 선별하여 다음 세대까지 유전 정보가 유지되게 하는 방법이다. 이 방법을 통해 우수 유전자의 유전 손실 및 열등 유전자에 의한 수렴성 감소 등을 막을 수 있다.

위와 같은 다양한 기법의 도입과 함께 유전 알고리즘의 계산 시간을 줄이기 위해 MPI 라이브러리를 이용한 병렬 처리를 수행하였다.

2.2 유전 알고리즘의 성능 비교

본 연구를 통해 구현된 유전 알고리즘과 기존에 많이 사용하는 유전 알고리즘과의 수렴성을 비교해 보았다. 비교 대상으로는 유전 알고리즘 코드 중 가장 많이 사용되는 코드의 하나인 Michalewicz가 만든 GenocopIII를 대상으로 삼았다. 성능 시험을 위한 시험 함수로는 다차원 제약 문제 및 비제약 문제를 선택하였다.

(1) 시험 함수

비선형 제약 조건을 포함하는 문제로는 전역 최적점만 존재하는 Sphere 함수(F1)와 전역 최적점 및 다수의 국부 최적점이 존재하는 Ackley 함수(F2)를 선택하였다($n = 20$).

$$F1 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (1)$$

$$-5.11 \leq x_i \leq 5.12, \quad i = 1, \dots, 20$$

$$F2 = 20 + e - 20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) \\ - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) \quad (2)$$

$$-5.11 \leq x_i \leq 5.12, \quad i = 1, \dots, 20$$

제약 조건을 포함하는 문제로는 선형 제약 조건을 포함하는 문제(F3)와 비선형 제약 조건을 포함하는 문제(F4)를 선택하였다.

$$F3 = 5 \sum_{i=1}^4 (x_i - x_i^2) - \sum_{i=5}^{13} x_i \quad (3)$$

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 + x_{10} + x_{11} &\leq 10 \\ 2x_1 + 2x_3 + x_{10} + x_{12} &\leq 10 \\ 2x_2 + 2x_3 + x_{11} + x_{12} &\leq 10 \\ -8x_1 + x_{10} &\leq 0 \\ -8x_2 + x_{11} &\leq 0 \\ -8x_3 + x_{12} &\leq 0 \\ -2x_4 - x_5 + x_{10} &\leq 0 \\ -2x_6 - x_7 + x_{11} &\leq 0 \\ -2x_8 - x_9 + x_{12} &\leq 0 \end{aligned}$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, 9$$

$$0 \leq x_i \leq 100 \quad i = 10, 11, 12$$

$$0 \leq x_{13} \leq 1$$

$$\begin{aligned} F4 = & x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 - 14x_1 - 16x_2 + (x_3 - 10)^2 \\ & + 4(x_4 - 5)^2 + (x_5 - 3)^2 + 3(x_6 - 1)^2 + 5x_7^2 \quad (4) \\ & + 7(x_8 - 11)^2 + 2(x_9 - 10)^2 + (x_{10} - 7)^2 + 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 105 - 4x_1 - 5x_2 + 3x_7 - 9x_8 &\geq 0 \\ -3(x_1 - 2)^2 - 4(x_2 - 3)^2 - 2x_3^2 - 7x_4 + 120 &\geq 0 \\ -10x_1 + 8x_2 + 17x_7 - 2x_8 &\geq 0 \\ -x_1^2 - 2(x_2 - 2)^2 + 2x_1 x_2 - 14x_5 + 6x_6 &\geq 0 \\ 8x_1 - 2x_2 - 5x_9 - 2x_{10} + 12 &\geq 0 \\ -5x_1^2 - 8x_2 - (x_3 - 6)^2 + 2x_4 + 40 &\geq 0 \\ 3x_1 - 6x_2 - 12(x_9 - 8)^2 + 7x_{10} &\geq 0 \\ -0.5(x_1 - 8)^2 - 2(x_2 - 4)^2 - 3x_5^2 + x_6 + 30 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$0 \leq x_i \leq 10, \quad i = 1, \dots, 10$$

(2) 성능 비교 결과

동일한 시험 조건을 만들기 위해 현재의 유전 알고리즘과 GenocopIII의 전체 계산량을 동일하게 하였으며 초기 개체 수를 일치시켜 최대한 같은 조건 하에 수렴성 비교를 하였다.

우선 비제약 최적화 문제인 F1과 F2의 경우 수렴성을 비교하면 Fig.1, Fig. 2와 같다. Fig. 1과 Fig. 2의 경우 모두 현재의 알고리즘이 GenocopIII에 비해 수렴성이 좋은 것을 볼 수 있다. 일반적인 유전 알고리즘의 경우 초기의 수렴 특성을 잘 유지하지 못하는 문제점을 안고 있다. 이러한 문제점을 GenocopIII의 수렴 곡선을 통해 알 수 있으며, 이러한 수렴성 저하로 인해 전체 계산량의 증가를 가지고 온다. 하지만 본 연구에서 구현한 알고리즘은 세대가 진행됨에 따른 수

렴성 저하가 크게 일어나지 않은 것을 볼 수 있다.

또, 제약 최적화 문제의 경우, 우선 선형 제약 최적화 문제인 F3의 경우는 현재의 알고리즘과 GenocopIII 모두 거의 동일한 수렴 특성을 나타내었다. 이에 반해 비선형 제약 최적화 문제의 경우 GenocopIII는 전역 최적점을 제대로 찾지 못하고 초기 수렴하는 문제가 매우 심각하게 나타났다. 이에 반해 현재 알고리즘은 비교적 최적점에 근접한 해를 찾을 수 있었다.

이상을 통해 일반적으로 많이 사용되는 유전 알고리즘인 GenocopIII에 비해 현재 알고리즘은 매우 우수한 수렴 특성과 전역해 탐색 능력을 가지고 있음을 확인할 수 있었다.

3. 지배 방정식

압축성 점성 유동의 지배방정식인 Navier-Stokes 방정식을 2차원 직교좌표계에서 미분형태로 표현하면 다음과 같다[5].

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} \quad (5)$$

여기서

$$W = [\rho, \rho u, \rho v, \rho E]^T$$

$$F = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho u(E+p)]^T$$

$$G = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho v(E+p)]^T$$

$$F_v = [0, \sigma_{xx}, \sigma_{xy}, u\sigma_{xx} + v\sigma_{xy} - q_x]^T$$

$$G_v = [0, \sigma_{xy}, \sigma_{yy}, u\sigma_{xy} + v\sigma_{yy} - q_y]^T$$

이고, ρ , u , v , p , E , H 는 각각 밀도, x , y 축 방향의 속도성분, 압력, 총에너지 및 총엔탈피를 나타낸다. 또한, 이상기체에서 총에너지 및 총엔탈피는 다음과 같다.

$$E = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \quad (6)$$

$$H = E + \frac{p}{\rho} \quad (7)$$

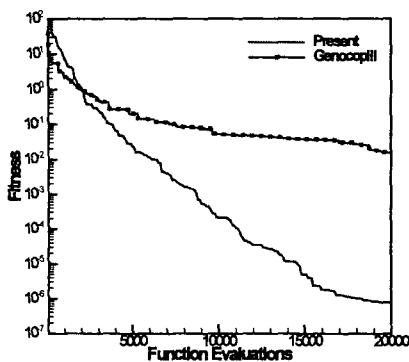


Fig. 1 F1

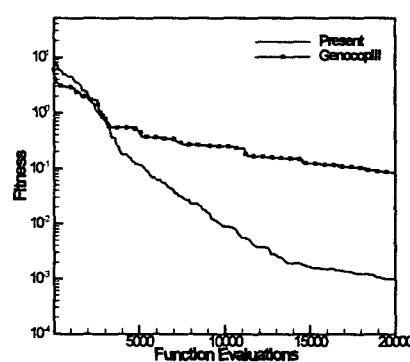


Fig. 2 F2

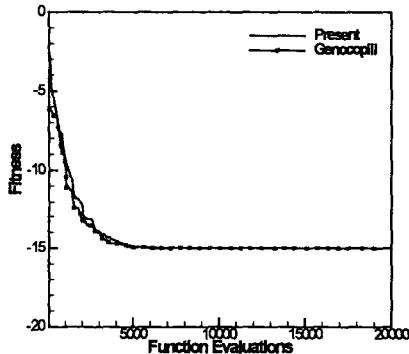


Fig. 3 F3

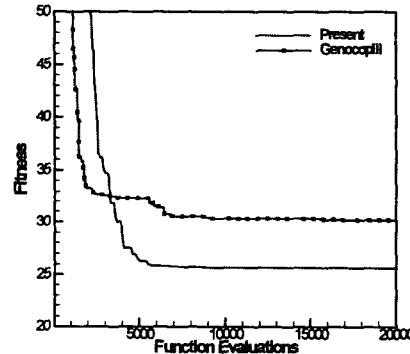


Fig. 4 F4

여기서 γ 는 비열비를 나타내며 완전 기체 (perfect gas)의 경우 1.4로 고정시킨다. 점성항은 다음 식들로 표현된다.

$$\sigma_{xx} = 2\mu u_x - \frac{2}{3}\mu(u_x + u_y) \quad (8)$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu u_y - \frac{2}{3}\mu(u_x + u_y) \quad (9)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \mu(u_y + u_x) \quad (10)$$

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (11)$$

$$q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (12)$$

여기서 μ 는 점성 계수(coefficient of viscosity)이고, 층류 점성계수와 난류 점성계수

의 합으로 결정된다. Pr 과 Pr_i 는 층류와 난류의 Prandtl 수를 의미하며, 공기의 경우 Pr 과 Pr_i 는 각각 0.72와 0.9로 고정된다. 층류 점성 계수를 계산하기 위해 Sutherland law를 사용하였으며, 난류 점성 계수는 Baldwin-Lomax의 대수적 모델을 사용하여 계산하였다[5].

식(5)를 일반좌표계로 변환하고 유한 체적법을 사용하면 다음과 같은 준이산화 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d Q_{ij}}{dt} + R_{ij} = 0 \quad (13)$$

여기서, R_{ij} 는 지배방정식의 잔류치를 의미한다. 경계면의 유속계산에는 Roe의 FDS 방법과 2차 upwind TVD 기법을 사용하였으며 Harten의 엔트로피 보정함수를 적용하였다. 위의 준이산화 방

정식으로 정상 상태의 해를 얻기 위해 내재적 시간 전진 기법인 diagonalized ADI를 사용하였다. 수렴가속기법으로는 초기의 mesh sequencing 기법과 다중격자기법, 국부시간 전진 기법을 사용하였다[5-8].

4. 최적 설계

4.1 날개의 형상 표현

날개의 형상과 최적화 알고리즘과의 결합을 위해 다음과 같은 형상 함수와 초기 날개를 도입하였다.

$$y = y_{base} + \sum_i w_i \cdot f_i \quad (14)$$

여기서 y_{base} 는 초기 날개를 나타내며, 본 연구에서는 2차원의 경우 RAE2822, 3차원의 경우 ONERA M6를 사용하였다. 형상함수로는 Hicks-Henne 함수를 사용하였다.

4.2 설계 조건

4.2.1 설계 변수

2차원 날개 형상 최적화의 경우 날개의 위아래 면에 각각 5개, 총 10개의 변수를 사용하였다. 3차원의 경우 4개의 날개 단면을 선택하여 각 단면에 대해서 2차원 형상 변화를 수행하며, 그 중간 단면에 대해서는 선형 보간법을 이용하여 전체 날개 형상을 변화하였다. 이 때 선택된 4개의 단면으로는 날개의 0%, 38.8%, 75%, 100%이며, 각 단면에 대해 충격파가 생기는 날개 윗면만을 변화시켰으며 이 때 사용된 설계 변수의 수는 각 단면당 5개, 총 20개의 설계 변수를 사용하였다.

4.2.2 유전 알고리즘의 설계 조건

유전 알고리즘의 설계 조건으로는 매 세대당 64회의 유동해석을, 총 50세대 동안 최적화를 수행한다. 매 세대당 64회의 유동 해석에는 48개의 개체에 대한 유동 해석과 16회의 국부 탐색을 위한 유동 해석을 포함한다.

4.2.3 유동 설계 조건

2차원 및 3차원 유동 설계 조건은 Table 1, Table 2와 같다.

Table. 1 2D flow conditions

초기 격자	RAE2822
마하수	0.73
받음각	2.78
날개 격자	129X33(O-type : Euler) 369X65(C-type : Navier-Stokes)

Table. 2 3D flow conditions

초기 격자	ONERA M6
마하수	0.84
받음각	3.06
날개 격자	65X17X17(O-H : Euler)

4.3 목적 함수

천음속 영역의 공력 형상 최적화를 위해서는 다양한 조건들이 있지만 본 연구에서는 항력 계수 최소화를 선택하였다. 이 때, 제약 조건으로는 양력 제약 조건만을 사용하였다. 일반적으로 Hicks-Henne 함수를 형상 함수로 사용할 경우 날개의 단면적, 두께 제약 조건 등을 포함하지 않고 최적화를 수행한다. 본 형상 최적화에서도 면적 및 두께 제약 조건은 포함하지 않았다. 사용된 목적함수는 다음과 같다.

$$I = 10C_D^2 + \max(C_{L0} - C_L, 0)^2 \quad (15)$$

여기서 C_{L0} 는 초기의 양력 계수이다.

5. 설계 결과

5.1 2차원 공력 형상 최적화

5.1.1 Euler 해석을 이용한 최적화

마하수 0.73, 받음각 2.78도인 RAE2822 날개에 대해 Euler 해석을 이용한 항력 최소화 설계를 수행하였으며 그 결과는 Table 3과 같다. 그 결과를 보면 항력의 경우 초기치의 약 42% 감소를 얻을 수 있었으며, 상대적으로 양력의 경우 약 0.2% 만 감소하였다. 이러한 감소를 양항비로 표현하면 약 74%의 증가를 얻을 수 있었다. 이와 같은 항력의 감소는 초기 날개에 존재하는 충격파의 감소를 통해 얻을 수 있었다. 충격파 감소에 관한 그

림은 그림 6을 통해 알 수 있다. 그리고 항력 최소화 문제의 경우 일반적인 미분 기반 최적화 방법으로도 최적점을 찾을 수 있다고 알려져 있다. 유전 알고리즘과 미분 기반법인 BFGS의 최적화 결과를 비교하면 Table 4와 같다. Table 4를 보면 유전 알고리즘과 BFGS의 최적화 결과가 유사한 것을 볼 수 있으며 BFGS의 결과가 약간 더 우수한 것을 알 수 있다. 이는 유전 알고리즘은 확률 기반법이므로 미분 기반법만큼의 정확도를 얻기 힘들기 때문이다.

Table. 3 Design results(2D Euler)

	설계 전	설계 후	변화율(%)
C_L	0.8963	0.8942	-0.23
C_D	1.884×10	1.079×10	-42.73
C_L/C_D	47.574	82.873	+74.20

Table. 4 Comparison with BFGS

	GA	BFGS
C_L	0.8942	0.8948
C_D	1.079×10^{-2}	1.033×10^{-2}
C_L/C_D	82.873	86.622

5.1.2 Navier-Stokes 해석을 이용한 최적화

Navier-Stokes 해석을 이용하여 마하수 0.73, 받음각 2.78도인 RAE2822 날개에 대해 최적화를 수행하였다. Navier-Stokes 해석의 경우 공력 해석에 Euler 해석보다 최소 10배 이상의 시간이 필요하므로 병렬 처리가 필수적이다. Euler 해석을 이용한 최적화와 최적화 조건은 동일하며 최적화 결과는 Table 5와 같다. 초기 RAE2822에 비해 약 40% 정도의 항력 감소를 얻을 수 있었으며 전체적인 변화율은 Euler 해석을 이용한 결과와 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 즉, 날개 윗면의 충격파가 완전히 사라짐으로써 조파 항력의 감소를 얻을 수 있었다.

Table. 5 Design Results(2D N-S)

	설계 전	설계 후	변화율(%)
C_L	0.8158	0.8142	-0.19
C_D	1.403×10	0.846×10	-39.70
C_L/C_D	58.147	96.241	+65.51

5.2 3차원 공력 형상 최적화

ONERA M6를 초기 형상으로 하여 마하수 0.84, 받음각 3.06도에서 Euler 해석을 이용하여 최적화를 수행하였다. 총 32개의 CPU를 사용하였으며 총 걸린 시간은 12371.11초가 걸렸다.

3차원 Euler 해석을 이용한 최적화 수행 결과는 Table 6과 같으며 초기 날개 형상에 비해 양력은 약 0.2%의 감소한 반면 항력은 약 18% 감소를 얻을 수 있었다. 즉, 양력은 유지한 채 효과적인 항력 감소가 이루어 졌음을 알 수 있었다. 본 최적화 결과 역시 날개 윗면의 충격파 감소를 통해 전체적인 항력 감소를 얻을 수 있었다.

3차원 최적화를 수행한 결과 그림은 Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11과 같다. Fig. 9는 설계 단면의 형상으로 날개 끝으로 갈수록 날개의 두께가 두꺼워 점을 볼 수 있으며, Fig. 10을 통해 날개 윗면의 충격파가 감소한 것을 볼 수 있다. 본 최적화 결과는 두께 제약 조건을 두지 않았으므로 날개 끝 100% 부분에서 과도한 두께 변화를 볼 수 있었다.

Table. 6 3D Euler Design Results

	설계 전	설계 후	변화율(%)
C_L	0.3513	0.3506	-0.20
C_D	2.282×10	1.864×10	-18.33
C_L/C_D	15.394	18.813	+22.21

6. 결 론

일반적인 유전 알고리즘은 많은 계산 요구량과 느린 수렴성, 해의 불안정성 등과 같은 문제점을 안고 있었다. 이러한 문제점들은 유전 알고리즘의 보다 다양한 분야로의 응용 가능성을 막고 있는 장애 요인이었다. 본 논문에서는 유전 알고리즘의

개선을 통해 지금까지 거의 응용이 되지 않고 있던 공력 최적화 분야에 유전 알고리즘을 적용함으로써 유전 알고리즘의 적용 범위를 넓히고자 하였다. 특히, 2차원 점성 방정식과 3차원 비점성 방정식을 이용한 최적화를 수행하여 좋은 결과를 얻음으로써 유전 알고리즘의 응용 범위를 더욱 넓힐 수 있었다. 향후, 보다 복잡한 형상에 대한 최적화를 위한 해석 기법 및 최적화 기법에 대한 추가적인 연구가 필요하리라고 생각한다.

후 기

이 논문은 2000년 슈퍼 컴퓨팅 센터의 전략과제로 지원을 받아 수행된 연구의 결과입니다.

참고문헌

- [1] D.E. Goldberg, "Genetic Algorithm, in Search. Optimization & Machine Learning", Addison-Wesley Pub. 1989.
- [2] 김수환, "유전 알고리즘을 이용한 2차원 날개 형상 최적화에 대한 연구", KAIST, 석사 학위논문, 2001.
- [3] T. Bickle, L. Thiele, "A Comparison of Selection Schemes used in Genetic Algorithms (2. Edition)", TIK-Report No. 11, 1995.
- [4] F. Herrera, "Fuzzy Connectives Based Crossover Operators to Model Genetic Algorithms Population Diversity", Technical Report DECSAI-95110, 1995.
- [5] 박수형, 성준호, 권장혁, "2차 upwind TVD 기법을 이용한 효율적인 다중격자 DADI기법", 한국항공우주학회지, 제26권, 제7호, 1998.
- [6] P.L. Roe, "Approximate Riemann Solver, Parameter Vectors and Difference Schemes", Journal of Computational Physics, Vol. 43, No. 2, pp. 327-356, 1981.
- [7] T. Pulliam, D. Chaussee, "A Diagonal Form of an Implicit Approximate Factorization Algorithm", Journal of Computational

Physics, Vol. 39, pp. 347-363, 1981.

- [8] A. Harten, "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", Journal of Computational Physics, Vol. 49, pp. 357-393, 1983.

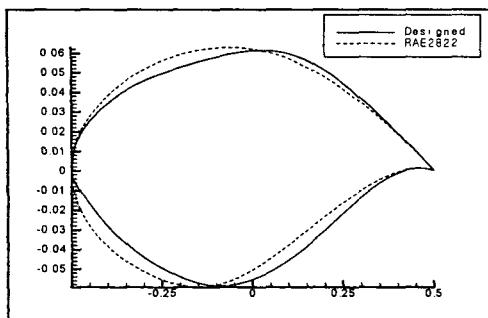


Fig. 5 날개 형상(2D Euler)

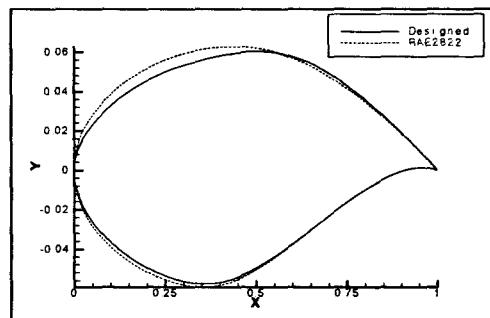


Fig. 7 날개 형상(2D N-S)

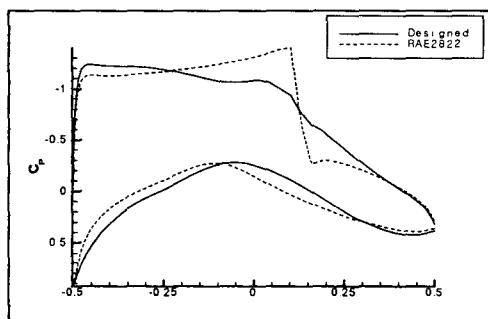


Fig. 6 압력 계수 분포(2D Euler)

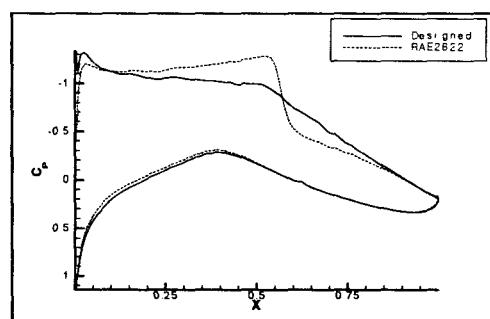


Fig. 8 압력 계수 분포(2D N-S)

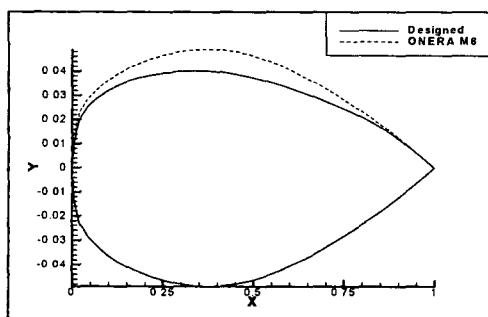


Fig. 9 (a) 0% 날개 단면 형상

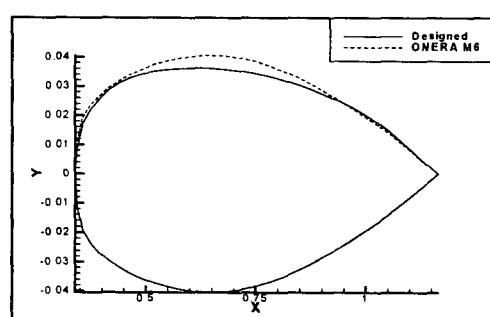


Fig. 9 (b) 38.8% 날개 단면 형상

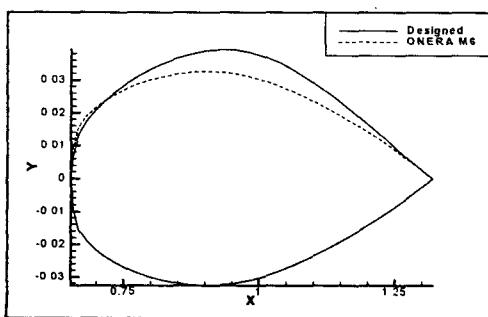


Fig. 9 (c) 75.0% 날개 단면 형상

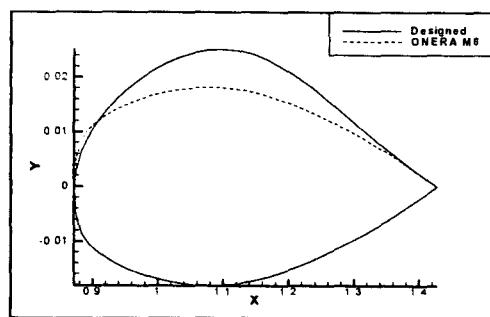


Fig. 9 (d) 100% 날개 단면 형상

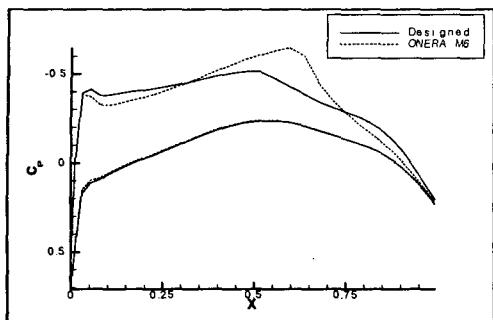


Fig. 10 (a) 0% 압력 계수 분포

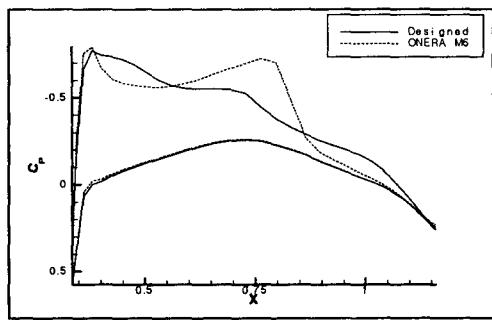


Fig. 10 (b) 38.8% 압력 계수 분포

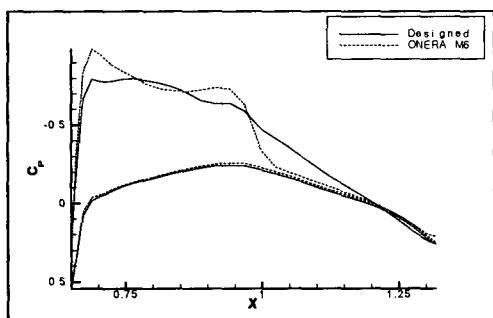


Fig. 10 (c) 75.0% 압력 계수 분포

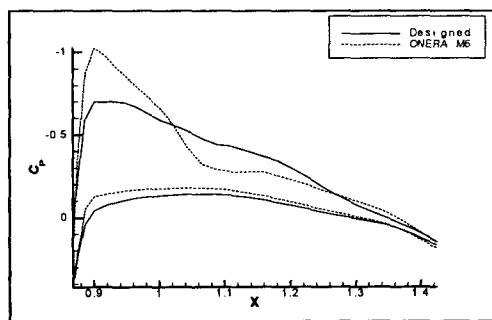


Fig. 10 (d) 100% 압력 계수 분포

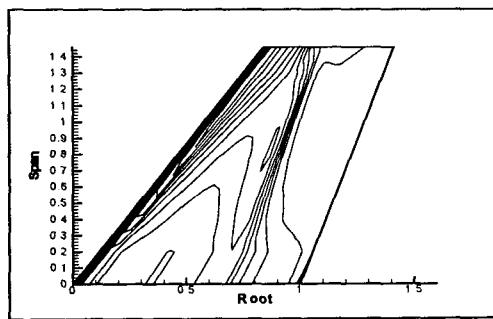


Fig. 11 (a) 설계 전 날개 압력 분포

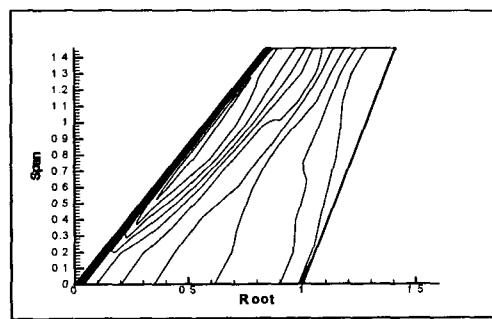


Fig. 11 (b) 설계 후 날개 압력 분포